

Untersuchung großskaliger Strömungsstrukturen in erzwungener und gemischter Konvektion mit der tomografischen Particle Image Velocimetry

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)**

vorgelegt der
Fakultät für Maschinenbau der
Technischen Universität Ilmenau

von

Dipl.-Ing. Matthias Kühn

geboren am 30. März 1981

in Berlin-Pankow

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Claus Wagner
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Markus Raffel
3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Christoph Brücker

Tag der Einreichung: 18. Februar 2011

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 07. Juli 2011

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011000188

Zusammenfassung

Die experimentell ausgerichtete Arbeit umfasst die Entwicklung und Anwendung eines tomografischen Particle Image Velocimetry (tomografische PIV oder Tomo-PIV) Systems mit Messvolumen der Größenordnung eines Kubikmeters bei dem Helium-gefüllte Seifenblasen als Impfpartikel eingesetzt werden. Das Messsystem ermöglicht die Untersuchung großskaliger Strömungsstrukturen in Luft. Gegenüber bestehenden tomografischen PIV-Systemen, die zur Vermessung der Strömung in kleinen Messvolumen mit beispielsweise $1\,\mu\text{m}$ großen Öltröpfchen als Impfpartikel eingesetzt werden, weist das System einige Besonderheiten auf. Deren Ursache sind die optischen Eigenschaften der Seifenblasen und die erhebliche Änderung des Abbildungsmaßstabs in Blickrichtung der Kameras. In der Arbeit wird experimentell nachgewiesen, dass die Seifenblasen trotz ihrer optischen Besonderheiten als Impfpartikel für die tomografische PIV eingesetzt werden können. Dazu wird ein kompletter tomografischer PIV-Auswertealgorithmus entwickelt, der für die schnelle und speichersparende Auswertung einer großen Anzahl an einzelnen Messungen optimiert ist. Die Entwicklung dieses Algorithmus wird detailliert in der Arbeit diskutiert. Des weiteren wird mit dem Einsatz des Messsystems in einer thermischen Konvektionszelle und durch die statistische Analyse der gemessenen Strömung die Anwendbarkeit des Systems für die Untersuchung von drei-dimensionalen großskaligen Strömungsstrukturen in erzwungener und gemischter Konvektion nachgewiesen. Der Vergleich der Messdaten mit planaren PIV-Daten zeigt zudem, dass die identifizierten Besonderheiten keine wesentliche Auswirkung auf die Genauigkeit der vorgestellten tomografischen PIV-Messungen haben.

Abstract

This experimental oriented thesis deals with the development and application of a tomographic particle image velocimetry (tomographic PIV or Tomo-PIV) system for measurement volumes of the order of one cubic metre employing Helium-filled soap bubbles as tracer particles. The system allows investigations of large-scale flow structures in air. Compared to existing tomographic PIV-systems, which are applied to rather small measurement volumes with e.g. $1\text{ }\mu\text{m}$ large oil droplets as tracer particles, the developed system has several specific characteristics. They are caused by the optical properties of the soap bubbles and the considerable change of magnification factor in cameras viewing direction. In the thesis, it is demonstrated that soap bubbles despite their optical characteristics can be used as tracer particles in tomographic PIV. In order to accomplish this a complete tomographic PIV evaluation software is developed, which is optimised for fast and memory-saving evaluation of a large amount of single samples. The development of the algorithm is discussed in detail in the thesis. Furthermore, the application of the system to the flow in a thermal convection cell and the statistical analysis of the measured flow fields shows the applicability of the system to measure three-dimensional large-scale flow structures in forced and mixed convection. The comparison of the measurement data to planar PIV data reveals that the identified characteristics have no significant influence on the accuracy of the presented tomographic PIV-measurements.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) in Göttingen.

Ich danke Prof. Claus Wagner für die Ermöglichung der Arbeit beim DLR und dafür, dass ich dieses Projekt dabei eigenverantwortlich bearbeiten konnte. Darüber hinaus danke ich ihm für die kritischen Hinweise beim Verfassen dieses Textes.

Des weiteren danke ich Prof. Markus Raffel und Prof. Christoph Brücker für die Begutachtung der Arbeit. Prof. Peter Kurtz danke ich für die Bereitschaft den Vorsitz der Prüfungskommission zu übernehmen sowie Prof. Klaus Zimmermann, Prof. Stefan Sinzinger und Prof. Jörg Schumacher für die Mitarbeit in der Prüfungskommission.

Allen Mitgliedern der experimentellen Konvektionsgruppe des DLR und insbesondere seinem Leiter Dr. Johannes Bosbach danke ich für Diskussionen zur Vorbereitung und Durchführung der Experimente.

Meinen beiden studentischen Hilfskräften Tobias Dehne und Katharina Rabe danke ich für ihre Hilfe bei der Vorbereitung und Durchführung der Experimente in der Konvektionszelle. Tobias Dehne danke ich vor allem für seine Hilfe bei der Entwicklung der LED-Lichtquelle. Zudem möchte ich Daniel Schmeling für die gemeinsame Entwicklung der Konvektionszelle im Rahmen seiner Diplomarbeit danken.

Ich danke auch allen weiteren Mitarbeitern und ehemaligen Kollegen des Instituts für Aerodynamik und Strömungstechnik in Göttingen, die direkt oder indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Ein besonderer Dank gilt dabei Dr. Klaus Ehrenfried für seine wertvollen Anregungen und die zahlreichen Diskussionen insbesondere zur Implementierung der tomografischen PIV-Algorithmen.

Bei meiner Familie und meinen Freunden möchte ich mich an dieser Stelle

für ihre Unterstützung und ihre Motivation aber auch für ihr Verständnis, dass ich in den letzten Jahren oft keine Zeit für andere Dinge hatte, bedanken.

Göttingen, im Juli 2011

Matthias Kühn

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	i
Nomenklatur	iii
1 Einleitung	1
1.1 Experimentelle Techniken	1
1.2 Problemstellung und Ziele der Arbeit	7
1.3 Ausgangspunkt und Vorgehensweise	8
2 Tomografische PIV für große Messvolumen	11
2.1 Überblick zur tomografischen PIV	11
2.2 Kalibrierung großer Volumen	19
2.2.1 Abbildungsfunktionen	19
2.2.2 Aufstellen der Punktkorrespondenzen	20
2.2.3 Test der Genauigkeit	25
2.3 Tomografische Rekonstruktion	38
2.3.1 Implementierung der MART	38
2.3.2 Implementierung der SMART	57
2.3.3 Rekonstruktion der Intensität der Seifenblasen	64
2.3.4 Begrenzungen bei der Rekonstruktion kleiner Partikel	66
2.3.5 Einfluss kurzbrennweitiger Kameraobjektive	68
2.3.6 Filterung der Partikelbilder	71
2.3.7 Test der Implementierungen	73
2.4 Partikelverschiebung	75
2.4.1 Standardkreuzkorrelation	75
2.4.2 Fortgeschrittene Kreuzkorrelationsalgorithmen	77
2.5 Parallele Ausführung der Algorithmen	79
2.5.1 Allgemeines	80
2.5.2 Parallelisierung	80
2.5.3 Bewertung der Parallelisierung	82
2.5.4 Ausführung auf HLCC	85

3 Untersuchungen in der Konvektionszelle	87
3.1 Experimentelle Aufbauten	87
3.1.1 Konvektionszelle	87
3.1.2 Tomografische PIV-Aufbauten	90
3.1.3 Messreihen	96
3.1.4 Vergleichsmessdaten	99
3.2 Ergebnisse für das dünne Messvolumen	99
3.2.1 Anzahl der Iterationen der Rekonstruktion	100
3.2.2 Rekonstruierte Intensitätsverteilungen	103
3.2.3 Mittleres Strömungsfeld	104
3.2.4 Qualität der Messungen	105
3.2.5 Vergleich der MART-Daten mit planaren PIV-Daten . .	109
3.2.6 Vergleich der MART- und SMART-Daten	115
3.3 Ergebnisse für das dicke Messvolumen	121
3.3.1 Erzwungene Konvektion	121
3.3.2 Gemischte Konvektion	127
3.3.3 Messfehler und Auflösungsvermögen	136
4 Zusammenfassung und Ausblick	139
Literaturverzeichnis	143
Abbildungsverzeichnis	153
Tabellenverzeichnis	155
A Abel-Transformation	157
B Programmablaufpläne	159
B.1 Kalibrierung und Selbstkalibrierung	159
B.2 Rekonstruktion und Partikelverschiebung	160

Nomenklatur

Formelzeichen

Symbol	Beschreibung
A, A_i	Projektionsintegral
Ar	Archimedes-Zahl (siehe Gleichung 3.1)
\vec{d}	<i>disparity</i> -Fehler (d_x, d_y)
d_{\min}	geringster Abstand zwischen Pixel und auf Abbildung projizierter Voxelmitte (SMART)
d_{\min}	geringster Abstand zw. Sichtlinie und Voxelmitte (MART)
d'_{\min}	geringster Abstand zwischen Tangente, mit der eine Sichtlinie lokal approximiert wird, und Voxelmitte (MART)
dX, dY	Fehler in X - bzw. Y -Richtung durch Approximation der Kalibrierfunktion
$d\Delta\vec{X}$	Subvoxel-Verschiebung ($d\Delta X, d\Delta Y, d\Delta Z$) (siehe Gl. 3.2)
$E(\vec{X})$	Intensität im Raum
$\vec{F}(\vec{X})$	Abbildungsfunktion $[F_x(\vec{X}), F_y(\vec{X})]$
$\vec{G}(\vec{x}, Z)$	Umkehrfunktion der Abbildungsfunkt. $[G_X(\vec{x}, Z), G_Y(\vec{x}, Z)]$
$I(\vec{x})$	Intensität auf Kameraaufnahme
Pr	Prandtl-Zahl (siehe Seite 96)
r	Radius Interpolationsfilter
Ra	Rayleigh-Zahl (siehe Seite 96)
Re	Reynolds-Zahl (siehe Seite 96)
t	Zeit
t_0	willkürlich gewählter Zeitpunkt
\vec{v}	Geschwindigkeitsvektor (v_X, v_Y, v_Z)
v^*	normierte Geschwindigkeit (siehe Gleichung 3.3)
v_{mag}	Betrag des Geschwindigkeitsvektors \vec{v}
$w_{i,j}$	Wichtungsfaktoren der Rekonstruktionsalgorithmen
\vec{x}	Position auf Abbildung (x, y)
$\hat{\vec{x}}$	gemessene Position auf Abbildung (\hat{x}, \hat{y})

\vec{X}	Position im Raum (X, Y, Z)
$\vec{X}_i \leftrightarrow \vec{x}_i$	Punktkorrespondenz (siehe Abschnitt 2.2)
\vec{X}_t	durch Triangulation ermittelte Position im Raum (X_t, Y_t, Z_t)
α, β	Neigungswinkel der Rollenstruktur in X - Z - bzw. Y - Z -Ebene
Δt	Zeit zwischen PIV-Doppelaufnahme
$\Delta v_Y^*, \Delta v_Z^*$	Abweichung der Geschwindigkeit in Y - bzw. Z -Richtung (dimensionslos)
$\Delta v_Y, \Delta v_Z$	Abweichung der Geschwindigkeit in Y - bzw. Z -Richtung
$\Delta \vec{X}$	Partikelverschiebung ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$)

Abkürzungen

Abkürzung	Beschreibung
2C	zwei Komponenten
2D	zwei-dimensional
3D	drei-dimensional
a.u.	willkürliche Einheiten (engl. <i>arbitrary units</i>)
CCD	Sensor einer digitalen Kamera (engl. <i>charge-coupled device</i>)
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
HLCC	Hochleistungscomputercluster
LED	Lichtemittierende Diode (engl. <i>light emitting diode</i>)
MART	Tomografische Rekonstruktionstechnik (engl. <i>multiplicative algebraic reconstruction technique</i>)
MPI	Programmierschnittstelle zur Parallelisierung mit verteiltem Speicher (engl. <i>message passing interface</i>)
ppp	Partikel pro Pixel (Partikeldichte auf Abbildung)
px	Pixel
PIV	Particle Image Velocimetry
RMS	Wurzel des zweiten Moments (engl. <i>root (of the) mean square</i>)
SMART	Tomografische Rekonstruktionstechnik (engl. <i>simultaneous multiplicative algebraic reconstruction technique</i>)
Stdabw.	Standardabweichung

Kapitel 1

Einleitung

Bei der Klimatisierung von Wohn- und Arbeitsräumen sowie Passagierkabinen von Flug- und Fahrzeugen erfolgt eine Überlagerung erzwungener Konvektion mit thermischer Konvektion. Diese Art der Strömung wird als gemischte Konvektion bezeichnet. Erzwungene Konvektion wird durch die Zufuhr von frischer Luft hervorgerufen und die Wärmeabgabe von Personen sowie elektrischen Geräten induziert thermische Konvektion. Es kommt zur Ausbildung komplexer drei-dimensionaler instationärer Strömungsstrukturen, welche Dimensionen von den Abmessungen des Systems haben (siehe z.B. Bianco *et al.*, 2009; Kühn *et al.*, 2009; Müller *et al.*, 2004). Der thermische Komfort in den jeweiligen Aufenthaltsbereichen sowie der konvektive Wärmetransport des Systems wird erheblich durch diese großskaligen drei-dimensionalen Strömungsstrukturen beeinflusst. Demzufolge ist für die Auslegung des Belüftungssystems eines Raums oder einer Passagierkabine hinsichtlich hohen thermischen Komforts und hoher Effizienz die detaillierte Kenntnis der Geschwindigkeitsverteilung der großskaligen Strukturen nötig. Dazu werden im Rahmen der Entwicklung solcher Systeme neben numerischen Simulationen umfangreiche experimentelle Untersuchungen des Strömungsfelds durchgeführt, die geeignete Messtechniken zur Erfassung der Dreidimensionalität und des instationären Verhaltens der großskaligen Strömungsstrukturen erfordern.

1.1 Experimentelle Techniken zur Untersuchung großskaliger Strömungsstrukturen

Die quantitative Vermessung des durch die großskaligen Strömungsstrukturen induzierten Geschwindigkeitsfelds kann punktuell oder global in großen Bereichen erfolgen (siehe Sandberg, 2007; Sun & Zhang, 2007). Zur punktuellen Messung kommen z.B. Flügelradanemometer, auf konvektiven Wärmetrans-

port beruhende Anemometer wie Hitzdraht- oder Kugelsonden und die optische Laser Doppler Anemometrie zum Einsatz (siehe Sun & Zhang, 2007). Wenn die detaillierte flächige oder volumetrische Vermessung der instationären großskaligen Strömungsstrukturen von Interesse ist, kann dies mit punktuellen Messtechniken allerdings nur durch den Aufbau von sogenannten Messbäumen erfolgen, die eine Vielzahl der Sensoren beinhalten. Dies führt beim Einsatz von nicht-optischen Methoden im Allgemeinen zu einer Störung der Strömung.

Um eine Störung der Strömungen bei der räumlichen Erfassung der großskaligen Strömungsstrukturen mit hoher Auflösung zu vermeiden, wurden in den letzten Jahren diverse optische berührungslose Messverfahren, die ursprünglich für die Anwendung in der Turbulenzforschung oder Untersuchungen in der Aerodynamik auf kleinen Messfeldern bzw. in kleinen Messvolumen entwickelt wurden, adaptiert. Diese Adaptionen umfassen Methoden wie die Particle Tracking Velocimetry (PTV, siehe z.B. Lüthi, 2002; Maas, 1992; Maas *et al.*, 1993; Malik *et al.*, 1993), die Particle Streak Velocimetry (PSV, siehe z.B. Macháček, 2003; Müller *et al.*, 2001; Rosenstiel & Grigat, 2010; Sinha & Kuhlman, 1992) und die Particle Image Velocimetry (PIV, siehe z.B. Adrian, 1991, 2005; Raffel *et al.*, 2007; Westerweel, 1993; Willert & Gharib, 1991). Einen Überblick zu ausgewählten Adaptionen gibt Tabelle 1.1. Es fällt auf, dass bei den meisten dieser Verfahren Helium-gefüllte Seifenblasen (siehe z.B. Bosbach *et al.*, 2009; Kerho & Bragg, 1993; Macháček, 2003; Müller *et al.*, 2001; Okuno *et al.*, 2001) mit einem Durchmesser der Größenordnung eines Millimeters als Impfpartikel verwendet werden. Im Gegensatz zu den im Allgemeinen zur Vermessung von Luftströmungen in kleinen Messbereichen verwendeten Öltröpfchen der Größenordnung eines Mikrometers streuen die Seifenblasen bedingt durch ihre Größe sehr viel mehr Licht (Bosbach *et al.*, 2009; Raffel *et al.*, 2007). Somit sind mit den üblicherweise für die optische Strömungsmesstechnik eingesetzten Lichtquellen auch Messungen auf Flächen und in Volumen von mehreren Quadrat- bzw. Kubikmetern möglich. Bei sehr kleinen Impfpartikeln der Größenordnung eines Mikrometers hat die gegenüber des strömenden Fluids bis tausend Mal größere Dichte (in gewissen Grenzen) einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Vermögen der Partikel der Strömung optimal zu folgen (Raffel *et al.*, 2007). Für relativ große Impfpartikel wie den Seifenblasen kann dies allerdings nicht mehr vernachlässigt werden. Demzufolge ist die Füllung der Seifenblasen mit Helium erforderlich, um Partikel zu erzeugen, deren Dichte etwa der des strömenden Mediums entspricht und die somit der Strömung optimal folgen können (Bosbach *et al.*, 2009; Müller *et al.*, 2001; Raffel *et al.*,

Tabelle 1.1: Übersicht zu ausgewählten zwei- und drei-dimensionalen Strömungsmessungen in Messbereichen der Größenordnung von Quadrat- bzw. Kubikmetern. Es werden nur hochauflösende zwei-dimensionale sowie drei-dimensionale Verfahren berücksichtigt. (HSBs – Helium-gefüllte Seifenblasen, HLBs – Helium-gefüllte Latexballons, d – Durchmesser, k.A. – keine Angabe)

Experimentatoren	Messtechnik	Messbereich	Impfpartikel	Auflösung
Müller <i>et al.</i> (2000)	planare PIV (2D-2C)	$2,5 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ (5 m^2)	HSBs ($d = 2 \text{ mm}$)	80^2 mm^2
Bosbach <i>et al.</i> (2009)	planare PIV (2D-2C)	$\sim 7 \text{ m}^2$	HSBs ($d = 0,23 \text{ mm}$)	74^2 mm^2
Sun & Zhang (2003), Sun <i>et al.</i> (2005, 2004), Zhang <i>et al.</i> (2005)	3D-PSV	$4,7 \text{ m} \times 2,1 \text{ m} \times 1,8 \text{ m}$ ($\sim 18 \text{ m}^3$)	HSBs ($d = 1,3 - 3 \text{ mm}$)	120 Partikel pro Kubikmeter
Lobutova <i>et al.</i> (2009), Lobutova <i>et al.</i> (2010), Lobutova (2010)	3D-PTV	$d = 7,15 \text{ m}$, $h = 3,5 \text{ m}$ (Zylinder, $\sim 140 \text{ m}^3$)	HSBs ($d = 4 \text{ mm}$), HLBs ($d = 15 \text{ cm}$)	4 – 8 HLB-Lang- zeit-Trajektorien
Biwole <i>et al.</i> (2009)	3D-PTV	$3 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$ ($\sim 11 \text{ m}^3$)	HSBs (k.A. zu d)	1083 Partikel

2007).

Mit der PIV ist die Vermessung der Strömungsgeschwindigkeiten in Licht-schnittebenen mit einer sehr hohen räumlichen Auflösung möglich. Müller *et al.* (2000) setzten planare PIV in einer A3XX-Kabinensektion unter Verwendung von Helium-gefüllten Seifenblasen mit Durchmessern von etwa 2 mm ein. Das Beobachtungsfeld hatte eine Größe von $2,5 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ (5 m^2) und der Lichtschnitt eine Dicke von bis zu 15 cm. Geschwindigkeitsvektoren wurden alle 32,5 mm berechnet, wobei die Abfragefenster eine Größe von 80^2 mm^2 hatten. Vor kurzem wurde das Strömungsfeld in einem Querschnitt eines A380 Kabinenmodells mit planarer PIV von Bosbach *et al.* (2009) unter Verwendung eines Nanosekunden-Doppeloszillator-Lasersystems und Helium-gefüllten Seifenblasen mit Durchmessern von 0,23 mm vermessen. Das Beobachtungsfeld in ihren Experimenten entsprach einer Fläche von ca. 7 m^2 , wobei der Lichtschnitt drei bis fünf Zentimeter dick war. Die Abfragefenster waren 74^2 mm^2 groß und alle 37 mm angeordnet.

Im Gegensatz zur PIV ist es mit der PTV und PSV möglich die Geschwindigkeitsverteilung der drei-dimensionalen Strömungsstrukturen in einem kompletten Volumen zu vermessen.¹ Allerdings ist die räumlich Auflösung des gemessenen Geschwindigkeitsfelds sehr gering. Sun & Zhang (2003) und Sun *et al.* (2004) entwickelten ein drei-dimensionales PSV-System und setzten es für Strömungsmessungen in einem Flugzeugkabinenmodell ein (Sun *et al.*, 2005; Zhang *et al.*, 2005). In ihren Experimenten verwendeten sie Helium-gefüllte Seifenblasen mit Durchmessern von 1,3 bis 3 mm. Die Partikeldichte betrug ca. 120 Partikel pro Kubikmeter und das Messvolumen hatte eine Größe von $4,7 \text{ m} \times 2,1 \text{ m} \times 1,8 \text{ m}$ ($\sim 18 \text{ m}^3$). Ein weiteres drei-dimensionales PSV-System, welches Helium-gefüllte Seifenblasen als Impfpartikel verwendet, wurde von Macháček (2003) zur quantitativen Strömungsvisualisierung in großen Windkanälen entwickelt. Jedoch war die Partikeldichte und somit Datendichte mit 10 Partikeln pro Aufnahme eher gering.

Ein drei-dimensionales PTV-System wurde von Lobutova *et al.* (2010, 2009) und Lobutova (2010) kürzlich zum Erfassen der Dynamik der großskaligen Strömungsstrukturen in einer mit Luft gefüllten zylindrischen Rayleigh-Bénard-

¹Erfolgt die Vermessung der Strömung mittels PIV in mehreren Ebene kann auch beim Einsatz der planaren PIV das Geschwindigkeitsfeld in einem Volumen ermittelt werden. Die Messung in den einzelnen Ebenen muss dabei sehr schnell hintereinander durchgeführt werden, was als scanning PIV bezeichnet wird (siehe Brücker, 1997). Streng genommen werden dabei allerdings bedingt durch den Zeitversatz zwischen den Messungen in den einzelnen Ebenen keine instantanen Geschwindigkeitsfelder in den Volumen gemessen.

Konvektionszelle (Durchmesser 7,15 m, Höhe 3,5 m, $\sim 140 \text{ m}^3$) entwickelt. Hierfür wurden Helium-gefüllte Seifenblasen mit Durchmessern von 4 mm und Helium-gefüllte Latexballons mit Durchmessern von 15 cm als Impfpartikel eingesetzt. Die Helium-gefüllten Latexballons erlaubten das gleichzeitige Erfassen von vier bis acht Langzeit-Trajektorien. Des weiteren entwickelte Biwolle *et al.* (2009) ein drei-dimensionales PTV-System zur Untersuchung der Strömung in Räumen und Flugzeugkabinen. Auch sie setzten Helium-gefüllte Seifenblasen als Impfpartikel ein und konnten bis zu 1083 Impfpartikel in einem $3 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$ ($\sim 11 \text{ m}^3$) großen Messvolumen mit drei synchronisierten Kameras verfolgen.

Im Jahr 2005 wurde des weiteren ein optisches berührungsloses Messverfahren vorgestellt, das es ermöglicht drei-dimensionale instantane Geschwindigkeitsfelder in einem Messvolumen zu erfassen (Elsinga *et al.*, 2005a,b). Diese Technik wird als tomografische Particle Image Velocimetry (tomografische PIV oder Tomo-PIV) bezeichnet und von Elsinga *et al.* (2006a) entwickelt. Im Gegensatz zur drei-dimensionalen PSV oder PTV kann das Geschwindigkeitsfeld wie bei der planaren PIV mit einer viel höheren räumlichen Auflösung vermessen werden, was durch die wesentlich höhere Anzahl an Partikeln in den Messungen erreicht wird. Beispielsweise können bei Verwendung von Kameras mit einer Auflösung von einem Megapixel Messungen mit ca. 50000 Partikeln erfolgreich durchgeführt werden, wie später noch gezeigt wird. Eine wesentliche Grenze für die Anzahl der Partikel im Messvolumen ist die Partikeldichte auf den Aufnahmen, d.h. die Anzahl der Partikel pro Anzahl der Kamerapixel (siehe Elsinga *et al.*, 2006a; Michaelis *et al.*, 2010). Diese beträgt für das Beispiel 0,05 ppp (Partikel pro Pixel). Für die Berechnung eines Geschwindigkeitsvektors werden dann etwa 10 bis 15 der Partikel im Messvolumen zusammengefasst, wodurch für das Beispiel ca. 3000 bis 5000 unabhängige Geschwindigkeitswerte im Messvolumen gewonnen werden können.

Bisher wurde die tomografische PIV in verschiedenen Strömungsexperimenten in Luft und Wasser eingesetzt. Die Größe der Messvolumen betrug in diesen Versuchen allerdings maximal 28 cm^3 in Luftströmungen und 200 cm^3 in Wasserströmungen. In Tabelle 1.2 sind ausgewählte Experimente zusammengefasst. Elsinga *et al.* (2006a) realisierten z.B. tomografische PIV des Nachlaufs eines Zylinders mit einem Messvolumen der Größe $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ (16 cm^3) in einer Luftströmung unter Verwendung von $1 \mu\text{m}$ großen Wassertropfen als Impfpartikel. Die Partikeldichte betrug in den Experimenten etwa 0,05 ppp (ca. 25000 Partikel). In einer zeitaufgelösten Messung führten

Tabelle 1.2: Übersicht zu ausgewählten Strömungsmessungen mit der tomografischen PIV in Luft und Wasser mit Messvolumen der Größenordnung einiger Kubikzentimeter (ppp – Partikel pro Pixel, d – Durchmesser, k.A. – keine Angabe).

Experimentatoren	Messvolumen	Partikeldichte	Medium	Impfpartikel	Untersuchung von
Elsinga <i>et al.</i> (2006a)	40 mm \times 40 mm \times 10 mm (16 cm ³)	0,05 ppp (25000 Partikel)	Luft	Wassertröpfchen ($d = 1 \mu\text{m}$)	Zylinderdurchläufe
Schröder <i>et al.</i> (2008) (zeitaufgelöste Messung)	34 mm \times 18 mm \times 35 mm ($\sim 21 \text{ cm}^3$)	0,03 bis 0,1 ppp (25000 bis 75000 Partikel)	Luft	gekühlte Olivenöltröpfchen ($d = 1,5 \mu\text{m}$)	Grenzschichtströmungen
Humble <i>et al.</i> (2009)	70 mm \times 40 mm \times 10 mm (28 cm ³)	0,05 ppp (75000 Partikel)	Luft	Titandioxidpartikel ($d = 170 \text{ nm}$)	Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung
Hain <i>et al.</i> (2008)	80 mm \times 80 mm \times 12 mm ($\sim 77 \text{ cm}^3$)	k. A.	Wasser	Glaskugeln ($d = 10 \mu\text{m}$)	Strömung um Zylinderstumpf
Scarano & Poelma (2009)	100 mm \times 100 mm \times 20 mm (200 cm ³)	0,025 ppp (85000 Partikel)	Wasser	Glaskugeln ($d = 56 \mu\text{m}$)	Zylinderdurchläufe

Schröder *et al.* (2008) sogar tomografische PIV in Messvolumen von bis zu $34\text{ mm} \times 18\text{ mm} \times 35\text{ mm}$ ($\sim 21\text{ cm}^3$) unter Verwendung von $1,5\text{ }\mu\text{m}$ großen Tropfen gekühlten Olivenöls und einer Partikeldichte von 0,03 bis 0,1 ppp (ca. 25000 bis 75000 Partikel) durch und untersuchten so Grenzschichtströmungen in einem Windkanalexperiment. Tomografische PIV in einem noch größeren Messvolumen von $70\text{ mm} \times 40\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ (28 cm^3) wurde von Humble *et al.* (2009) mit dem Einsatz von Titandioxid-Partikeln mit einer Größe von 170 nm zur Untersuchung der Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung bei einer Mach-Zahl von 2,1 durchgeführt. Die Partikeldichte betrug bei ihren Messungen 0,05 ppp (ca. 75000 Partikel).

Bei PIV in Wasserströmungen kommen im Allgemeinen größere Partikel zum Einsatz, was, wie bereits diskutiert, tomografische PIV in erheblich größeren Messvolumen ermöglicht. Hain *et al.* (2008) erreichten z.B. ein Messvolumen der Größe $80\text{ mm} \times 80\text{ mm} \times 12\text{ mm}$ ($\sim 77\text{ cm}^3$) beim Einsatz von $10\text{ }\mu\text{m}$ großen Glaskugeln als Impfpartikel zur Analyse der Strömung um einen endlichen Zylinder, der auf einer ebenen Platte in einem Wasserkanal angebracht war. Tomografische PIV in noch größeren Messvolumen wurde von Scarano & Poelma (2009) in einem Wasserkanal unter Verwendung von Polymerpartikeln mit einer Größe von $56\text{ }\mu\text{m}$ durchgeführt, um Nachlaufströmungen eines Zylinders zu untersuchen. In den Experimenten hatte das Messvolumen eine Größe von $100\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ (200 cm^3) und die Partikeldichte auf den Aufnahmen betrug etwa 0,025 ppp (ca. 85000 Partikel).

1.2 Problemstellung und Ziele der Arbeit

Durch Kombination Helium-gefüllter Seifenblasen, die optische Strömungsmessungen auf sehr großen Gebieten erlauben, mit der tomografischen PIV soll das Geschwindigkeitsfeld großskaliger Strömungsstrukturen in Messvolumen der Größenordnung eines Kubikmeters hochaufgelöst erfasst werden. Diese Adaption erfordert eine Skalierung der tomografischen PIV-Technik. Somit ändern sich allerdings auch einige wesentliche Parameter dieses Messsystems, die möglicherweise einen Einfluss auf die Messtechnik und deren Genauigkeit haben:

- Durch das größere Verhältnis zwischen Partikeldurchmesser und Wellenlänge des Lichts lässt sich die Streuung des Lichts an den Partikeln nicht mehr nach der Theorie von Mie beschreiben.² Vielmehr bilden sich beim

²Nach Tropea (2011) ist dies der Fall, wenn der Mie-Parameter $x_m = \pi d_P / \lambda$ (d_P – Par-

Beleuchten durch Reflexionen innerhalb der Seifenblasen mehrere Glanzlichter auf deren Oberfläche, die dann als ein mittleres beugungsbegrenztes Bild auf den Aufnahmen abgebildet werden.

- Des weiteren ändert sich die Position der Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblasen bei Betrachtung aus verschiedenen Richtungen. Da der Durchmesser der Partikel von der gleichen Größenordnung wie die Seitenlänge eines mit dem gegebenen Abbildungsmaßstab in den Raum projizierten Pixels ist³, ist dies möglicherweise nicht zu vernachlässigen.
- Der Einsatz von Kameraobjektiven mit kleinen Brennweiten, wie sie bei den Messungen verwendet werden, führt bei großen Messvolumen bedingt durch die großen Blickwinkel der Kameras zu einer merklichen Änderung des Abbildungsmaßstabs entlang der optischen Achse der Kameras bzw. der Objektive. Entscheidend hierfür ist das Verhältnis aus Abstand zwischen Messvolumen und Kamera zur Ausdehnung des Messvolumens, das im Gegensatz zu den bisherigen Messungen (siehe Abschnitt 1.1) sehr viel kleiner ist.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist zu zeigen, dass Helium-gefüllte Seifenblasen als Impfpartikel für die tomografische PIV eingesetzt werden können. Des weiteren soll der mögliche Einfluss der identifizierten Besonderheiten auf die Messtechnik und deren Genauigkeit untersucht werden und die Anwendbarkeit der Messtechnik zur Untersuchung großskaliger Strömungsstrukturen in erzwungener und gemischter Konvektion nachgewiesen werden. Darüber hinaus sollen aber auch die einzelnen Schritte der noch relativ neuen tomografischen PIV besser verstanden werden. Mit dieser Arbeit soll somit insbesondere ein erster Schritt für die Adaption der Messtechnik zur Anwendung in Messvolumen der Größenordnung mehrerer Kubikmeter unter Verwendung Helium-gefüllter Seifenblasen gemacht werden. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt bei der Entwicklung der tomografischen PIV-Messtechnik.

1.3 Ausgangspunkt und Vorgehensweise

Zur Erfüllung der im letzten Abschnitt gesetzten Ziele musste ein kompletter tomografischer PIV-Algorithmus entwickelt werden. Die Entwicklung der Im-

tikeldurchmesser, λ – Wellenlänge des Lichts) größer als 90 ist. In den im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Experimenten ist $x_m \approx 1200 - 1800$. Die Lichtstreuung an den Partikeln wird somit mittels geometrischer Optik beschrieben.

³Dies kann auch bei Anwendung dieser Messtechnik in Wasserströmungen auftreten.

plementierung erfolgt auf Basis der Messdaten, die in einem entsprechenden Testaufbau gewonnen wurden. Anhand dieser Daten wird darüber hinaus die Eignung Helium-gefüllter Seifenblasen als Impfpartikel für die tomografische PIV untersucht und nachgewiesen.

Zur experimentellen Untersuchung der Auswirkung der im letzten Abschnitt identifizierten Besonderheiten auf die Genauigkeit der Methode sowie zum Nachweis der Anwendbarkeit der Messtechnik zur Analyse großskaliger Strömungsstrukturen wurden Messungen in einer thermischen Konvektionszelle durchgeführt. Dazu wurde eine Konvektionszelle sowie ein tomografischer PIV-Messaufbau entwickelt. Der Messaufbau beinhaltet unter anderem eine spezielle LED-Lichtquelle zur Volumenbeleuchtung sowie die störungsfreie Zufuhr der Seifenblasen in die Konvektionszelle. Zur Untersuchung der Genauigkeit wurden die tomografischen PIV-Messdaten mit planaren PIV-Messdaten verglichen. Diese Vergleichsmessdaten wurden zusätzlich in dieser Konvektionszelle mit herkömmlichen Öltröpfchen als Impfpartikel gewonnen. Für die Messungen mit der tomografischen PIV stand ein funktionsfähiger Seifenblasengenerator, der durch hohe Partikelproduktionsraten für die PIV geeignet ist, bereit. Darüber hinaus war ein Teil der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten PIV-Hardware bereits vorhanden.

Um die aufgenommen Datensätze zur Untersuchung der Genauigkeit und der Anwendbarkeit statistisch zu analysieren, muss eine sehr großen Anzahl einzelner instantaner Messungen ausgewertet werden. Für die relativ schnelle Auswertung kompletter Datensätze mit diesen äußerst rechenzeit- und speicherintensiven Algorithmen ist somit neben einer sehr effizienten Implementierung mit der Programmiersprache C (Kerningham & Ritchie, 1990) auch eine Parallelisierung der Programme nötig.

Die relativ neue tomografische PIV ist in den letzten Jahren auf großes Interesse in der experimentellen Strömungsmechanik gestoßen. Deshalb wurde zur gleichen Zeit von mehreren Gruppen begonnen ein solches Messsystem zu entwickeln, von dem es bis jetzt nur eine kommerzielle Implementierung gibt. Dabei kommt es natürlich vor, dass von den verschiedenen Gruppen parallel unterschiedliche Lösungsansätze für bestimmte Probleme erarbeitet werden.

Die weitere Arbeit umfasst insgesamt drei Kapitel. In Kapitel 2 wird die tomografische PIV und die entwickelte Implementierung der Algorithmen vorgestellt sowie die Eignung Helium-gefüllter Seifenblasen für tomografische PIV

experimentell untersucht. Des weiteren werden in diesem Kapitel die Auswirkung der oben zusammengefassten Besonderheiten des entwickelten Messsystems theoretisch behandelt. Die Ergebnisse der oben angesprochenen Untersuchungen in der Konvektionszelle werden in Kapitel 3 vorgestellt und diskutiert. In Kapitel 4 wird die Arbeit abschließend zusammengefasst und ein Ausblick für zukünftige Anwendungen des Messsystems gegeben. Anhang B enthält zudem die Programmablaufpläne des im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten tomografischen PIV-Algorithmus.

Kapitel 2

Tomografische PIV für große Messvolumen

2.1 Überblick zur tomografischen PIV

Die Ermittlung der Strömungsgeschwindigkeit erfolgt bei der tomografischen Particle Image Velocimetry (tomografische PIV oder Tomo-PIV) wie bei den in Abschnitt 1.1 vorgestellten optischen Messtechniken indirekt durch Messung der Geschwindigkeit der Strömung beigegebener Impfpartikel. Das Funktionsprinzip dieser Messtechnik ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Wie zu sehen ist, werden die Impfpartikel mit einer Lichtquelle in einem Messvolumen zu zwei Zeitpunkten t und $t + \Delta t$ jeweils einmal mit kurzen Zeitabstand sichtbar gemacht. Das dabei an den Partikeln im Messvolumen gestreute Licht wird von einem Kamerasystem auf jeweils zwei getrennten Aufnahmen festgehalten. Das Kamerasystem muss aus mindestens zwei Kameras bestehen, in der Praxis werden jedoch im Allgemeinen vier Kameras eingesetzt. Anschließend können dann für beide Zeitpunkte mit einem tomografischen Rekonstruktionsalgorithmus aus den jeweiligen Partikel aufnehmen die drei-dimensionalen Intensitätsverteilungen der beleuchteten Partikel in den Messvolumen rekonstruiert werden. Dazu wird das Messvolumen in Voxel, sogenannte drei-dimensionale (kubische) Pixel unterteilt. Mittels drei-dimensionaler Kreuzkorrelationsfunktionen wird anschließend die drei-dimensionale Verschiebung der Partikel zwischen beiden Zeitpunkten ermittelt. Dafür wird das in Voxel diskretisierte Messvolumen in Abfragevolumen, das beispielsweise aus $32 \times 32 \times 32$ Voxel besteht, unterteilt. Die Kreuzkorrelationsfunktion wird für die rekonstruierte Intensitätsverteilung der beleuchteten Partikel in einem Abfragevolumen zu den Zeitpunkten t und $t + \Delta t$ ausgewertet und die Position des Maximums der Korrelationsfunktion gibt dann die drei-dimensionale Verschiebung $\Delta \vec{X} = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ der Par-

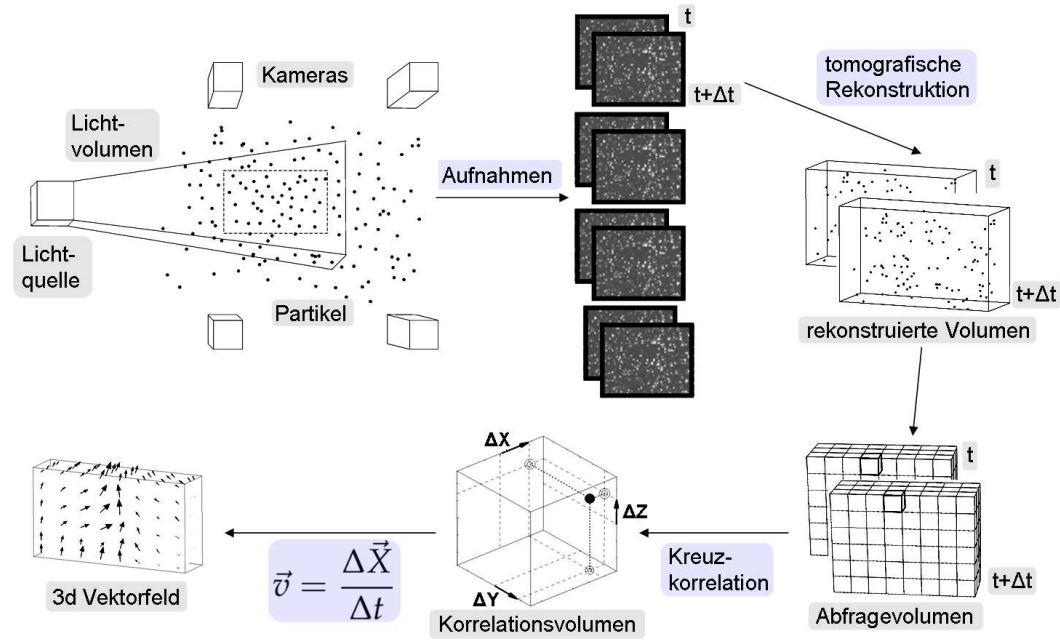


Abbildung 2.1: Darstellung des Funktionsprinzips der tomografischen PIV.

tikel in diesem Abfragevolumen an. Dann kann aus dieser Verschiebung mit dem Zeitabstand Δt zwischen den beiden Belichtungen der drei-dimensionale Geschwindigkeitsvektor $\vec{v} = (v_X, v_Y, v_Z)$ für dieses Abfragevolumen berechnet werden:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{X}}{\Delta t} \quad (2.1)$$

Die Berechnung des Geschwindigkeitsvektors wird für jedes Abfragevolumen wiederholt. Somit liegt das instantane drei-dimensionale Geschwindigkeitsfeld in dem Messvolumen zum Zeitpunkt $t + \Delta t/2$ vor.

Zur tomografischen Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung ist eine Kalibrierung des Kamerasystems nötig. Dazu muss für jede der Kameras eine Abbildungs- bzw. Kalibrierfunktion $\vec{F}(\vec{X}) = \vec{x}$ aufgestellt werden. Diese Funktionen \vec{F} beschreiben dabei den Bezug zwischen physikalischen Punkten im Messvolumen $\vec{X} = (X, Y, Z)$ und ihren projizierten Positionen $\vec{x} = (x, y)$ in der Bildebene. Elsinga *et al.* (2006a) schlagen dafür vor ein Lochkameramodell nach Tsai (1986) oder Polynomfunktionen dritter Ordnung in X - und Y -Richtung nach Soloff *et al.* (1997) zu verwenden. Allerdings machen sie keine Aussage darüber, wie beim Einsatz der Polynome die Approximation in Z -Richtung (Tiefenrichtung des Messvolumens) aussehen soll. Erst Elsinga (2008) erklärt, dass die Beziehung zwischen physikalischem Raum und Bild mittels der Polynome dritter Ordnung für (normalerweise) drei Ebenen an

ausgewählten Z -Positionen hergestellt werden. Die Bestimmung von X - und Y -Werten außerhalb der kalibrierten Z -Positionen für ein Pixel \vec{x} , d.h. entlang einer Sichtlinie, erfolgt dann durch lineare Interpolation oder Extrapolation. Atkinson & Soria (2009) stellen den Bezug zwischen physikalischen Koordinaten und Bildkoordinaten mittels eines drei-dimensionalen Polynoms dritter Ordnung in X - und Y -Richtung und zweiter Ordnung in Z -Richtung nach der Methode von Soloff *et al.* (1997) her. Diese Methode wird auch im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt (siehe Abschnitt 2.2 und Kühn *et al.*, 2008, 2010b). Worth *et al.* (2010) verwenden hingegen nur ein zwei-dimensionales Polynom dritter Ordnung in X - und Y -Richtung, wobei sie dieses für jede diskrete Z -Position im Messvolumen aufstellen.

Für die Qualität der aus den rekonstruierten Intensitätsverteilungen berechneten Geschwindigkeitsfeldern ist die Genauigkeit der Kamerakalibrierung bzw. des Kamerasystems von äußerster Bedeutung (Elsinga *et al.*, 2006a; Wieneke, 2008). Mittels numerischer Simulationen tomografischer PIV-Experimente zeigen Elsinga *et al.* (2006a), dass der Fehler in den Abbildungsfunktionen einer Kamera kleiner als 0,4 Pixel sein sollte. Wieneke (2008) berichtet sogar, dass für eine hohe Qualität der berechneten Geschwindigkeitsfelder ein Kalibrierfehler kleiner als 0,1 Pixel angestrebt werden sollte.

Zur Bestimmung der Abbildungsfunktionen werden bei einem tomografischen PIV-Experiment Bilder einer Kalibrierplatte, auf die Marker aufgebracht sind, an verschiedenen Z -Positionen im Messvolumen aufgenommen. Aus diesen Bildern werden die zum Aufstellen der Abbildungsfunktionen nötigen Punktkorrespondenzen, d.h. Punkte deren physikalische Position und die Position auf den Bild bekannt sind, extrahiert. Die genaue Vorgehensweise wird detailliert in Abschnitt 2.2 erklärt. Da bei realen Experimenten die hohe Kalibriergenauigkeit im Allgemeinen nicht erreicht werden kann, entwickelte Wieneke (2008) die sogenannte Volumenselbstkalibrierung, mit der sich die Kalibrierfehler der einzelnen Kameras anhand der Partikelbilder iterativ korrigieren lassen. Wie in Abbildung 2.2 verdeutlicht, werden dazu wie auch bei einem 3D-PTV-Verfahren die Positionen einzelner Partikel im physikalischen Raum \vec{X}_t durch Triangulation der Sichtlinien der gemessenen Partikelpositionen $\vec{x}_i = (\hat{x}, \hat{y})$ von den verschiedenen Kameraprojektionen i berechnet (siehe z.B. Hartley & Sturm, 1997). Auf Grund der Ungenauigkeiten (Kalibrierfehler) in den Abbildungsfunktionen $\vec{F}_i(\vec{X})$ schneiden sich die Sichtlinien der einzelnen Projektionen im physikalischen Raum nicht exakt, was zu dem Triangulationsfehler führt. Die Rückprojektion dieses Fehlers wird als *disparity*-Fehler $\vec{d}_i = (d_x, d_y)$

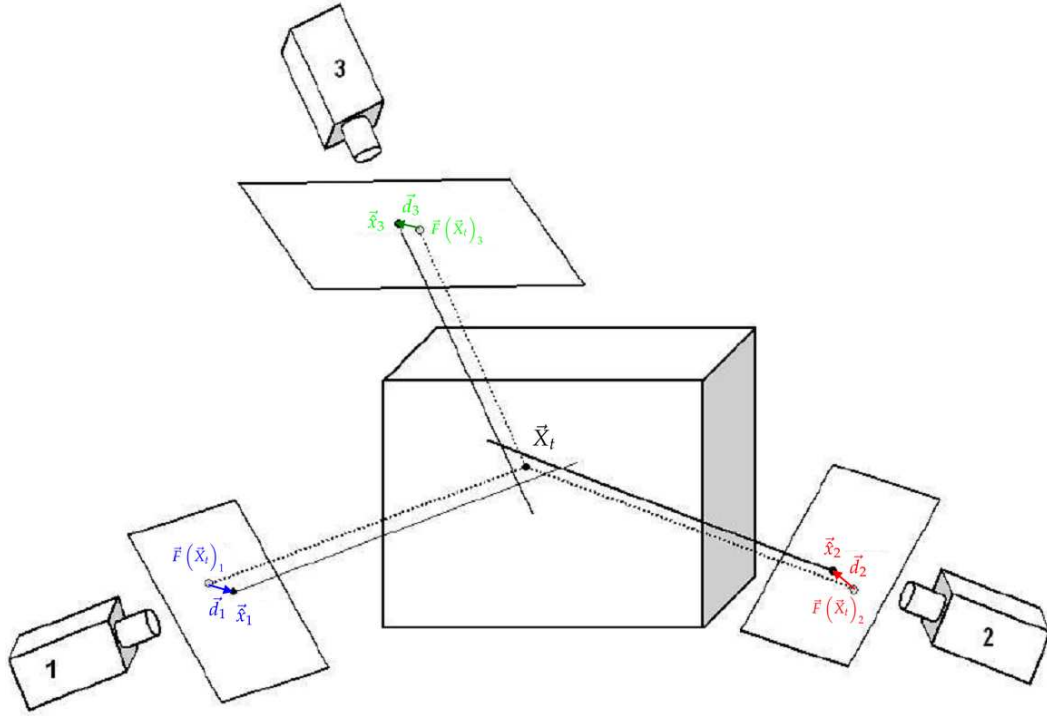


Abbildung 2.2: Verdeutlichung des Prinzips der Volumenselbstkalibrierung anhand eines drei-Kamerasystems (Abbildung nach Wieneke, 2008).

bezeichnet und wird für die Aufnahme der Kamera i folgendermaßen berechnet:

$$\vec{d}_i = \vec{F}(\vec{X}_t)_i - \vec{x}_i \quad (2.2)$$

Dieser Fehler kann dann zur iterativen Korrektur der Abbildungsfunktionen $\vec{F}(\vec{X}_t)_i$ jeder einzelnen Kamera i mittels

$$\vec{F}(\vec{X}_t)_i^{k+1} = \vec{F}(\vec{X}_t)_i^k - \vec{d}_i^k \quad (2.3)$$

verwendet werden. $k + 1$ bezeichnet dabei die aktuelle Iteration.

Bei der praktischen Anwendung der Volumenselbstkalibrierung unterteilt man das Messvolumen bzw. das kalibrierte Volumen in kleine Untervolumen (beispielsweise $5 \times 3 \times 2$ Untervolumen). Für jede Kamera i und jedes Untervolumen wird dann aus den *disparity*-Fehlern der triangulierten Partikeln im Untervolumen ein einzelner *disparity*-Fehler statistisch bestimmt. Wieneke (2008) schlägt beispielsweise vor den mittleren *disparity*-Fehler eines Untervolumens durch Aufsummierung der einzelnen mit einer Gauß-Kurve gefalteten Fehler in der zwei-dimensionalen Ebene zu bestimmen. Mit der daraus resultierenden *disparity*-Fehler-Verteilung der Kamera i wird dann die Abbildungsfunktion $\vec{F}(\vec{X}_t)_i$ mit Gleichung 2.3, die auf die Punktkorrespondenzen

zum Aufstellung der Abbildungsfunktionen angewendet wird, korrigiert. *Disparity*-Werte zwischen den Zentren der Untervolumen erhält man beispielsweise durch Interpolation mit einem Boxfilter oder durch tri-lineare Interpolation. Im Abschnitt 2.2 wird gezeigt, dass mit Hilfe der Volumenselbstkalibrierung die Kalibrierfehler einer Messung in großen Messvolumen und unter Verwendung von Seifenblasen auf die nötigen 0,1 Pixel verringert werden können.

In einer tomografischen PIV-Messung wird angenommen, dass von einem Pixel \vec{x}_i das Integral der Intensität der beleuchteten Partikel E entlang seiner Sichtlinie s_i im drei-dimensionalen Raum \vec{X} gemessen wird. Dieses sogenannte Projektionsintegral wird mit I bezeichnet und lässt sich wie folgt berechnen:

$$I(\vec{x}_i) = \int_{s_i} E(\vec{X}) \, ds_i \quad (2.4)$$

Die tomografische Rekonstruktion dieser Partikelintensität in den Messvolumen erfolgt dann auf Basis der Projektionsintegrale der Pixel mehrerer Kameras. Dazu wird das Messvolumen in die oben erwähnten Voxel \vec{X}_j unterteilt. Das Projektionsintegral aus Gleichung 2.4 lässt sich somit für Pixel \vec{x}_i in diskreter Form wie folgt schreiben:

$$I(\vec{x}_i) = \sum_{j \in N_i} w_{i,j} \cdot E(\vec{X}_j) \quad (2.5)$$

$w_{i,j}$ sind dabei Wichtungsfaktoren, die den Beitrag der Intensität E eines Voxels \vec{X}_j zu dem Projektionsintegral I des Pixels \vec{x}_i beschreiben und N_i die Anzahl der Voxel, die zu dem Integral beitragen. Durch Aufstellen dieser Projektionsintegrale für alle Pixel aller Kameras erhält man ein lineares Gleichungssystem, dessen Lösung die drei-dimensionale Intensitätsverteilung der beleuchteten Partikel im Messvolumen ist. Dieses Gleichungssystem ist allerdings durch die viel größere Anzahl an Voxeln gegenüber Pixeln stark unterbestimmt, wodurch spezielle Techniken zum Lösen angewendet werden müssen. Diese sind insbesondere aus der Medizintechnik im Rahmen der verschiedenen Tomographie-Verfahren bekannt (siehe beispielsweise Herman, 2009; Mueller, 1998). Das Lösen des Gleichungssystems wird als tomografische Rekonstruktion bezeichnet.

Zur Zeit ist die MART (*multiplicative algebraic reconstruction technique*; Herman & Lent, 1976) die Standardtechnik für die tomografische Rekonstruktion und wird z.B. in den Experimenten von Elsinga *et al.* (2006a), Geisler *et al.* (2009), Hain *et al.* (2008), Humble *et al.* (2009), Kühn *et al.* (2010b),

Ortiz-Dueñas *et al.* (2010), Scarano & Poelma (2009), Schröder *et al.* (2008), Violato *et al.* (2010), und Worth *et al.* (2010) eingesetzt. Zudem zeigen Elsinga *et al.* (2006a) und Atkinson & Soria (2007), dass die MART für die Anwendung auf Partikelbilder besser als andere algebraische Rekonstruktionstechniken geeignet ist. Eine effiziente Implementierung der MART wird in Abschnitt 2.3.1 vorgestellt. Des weiteren wurde kürzlich von Atkinson & Soria (2009) die SMART (*simultaneous multiplicative algebraic reconstruction technique*; Mishra *et al.*, 1999), eine weitere algebraische Rekonstruktionstechnik, erfolgreich für die Rekonstruktion der Intensität bei der tomografischen PIV eingesetzt. Sie wird mittlerweile auch von Atkinson *et al.* (2010), Buchmann *et al.* (2011), Kühn *et al.* (2010a,c) und Schanz *et al.* (2010) verwendet. Die SMART ist im Gegensatz zur MART für eine parallele Ausführung auf mehreren Prozessoren, die nicht auf einen gemeinsamen Speicher zugreifen können, geeignet (siehe hierzu Abschnitt 2.5). Somit ist sie für die Auswertung von Experimenten mit einer sehr hohen Anzahl an Voxel auf mehreren per Netzwerk verbundenen Computern mit geringem Arbeitsspeicher unabdingbar. In Abschnitt 2.3.2 wird eine für die parallele Ausführung optimierte Version dieser Technik vorgestellt. Eine Technik für eine sehr schnelle Rekonstruktion der Intensitätsverteilung in der tomografischen PIV wurde von Putze (2008a,b) und Maas *et al.* (2009) entwickelt. Sie wird als MinART (*minstore algebraic reconstruction technique*) bezeichnet und kommt ohne iterative Korrektur der Voxelintensitäten aus. Michaelis *et al.* (2010) zeigen allerdings, dass die MinART im Vergleich zur MART nur bei geringeren Partikeldichten (bis 0,02 ppp) gute Ergebnisse liefert.

Da das bei der tomografischen Rekonstruktion zu lösende Gleichungssystem stark unterbestimmt ist (siehe oben), bilden sich sogenannte Geisterpartikel oder -intensität (Elsinga *et al.*, 2010). Ihre Entstehung ist in Abbildung 2.3 anhand eines ein-dimensionalen zwei-Kamerasystems verdeutlicht. Im Messvolumen befinden sich zwei reale Partikel, die auf beiden Kameraaufnahmen auf je zwei Positionen projiziert werden. Lösungen dieses Problems könnten allerdings auch die auf der rechten Seite der Abbildung dargestellten Partikelkombinationen mit zwei oder drei Partikeln sein. Der Rekonstruktionsalgorithmus (MART oder SMART) formt jedoch an allen Position im Messvolumen, an denen sich Sichtlinien kreuzen, deren Pixelintensitäten größer als Null sind, Partikel. Für das dargestellte System werden somit vier Partikel rekonstruiert, d.h. neben den beiden realen Partikeln entstehen zusätzlich zwei Geisterpartikel. (siehe Elsinga *et al.*, 2010)

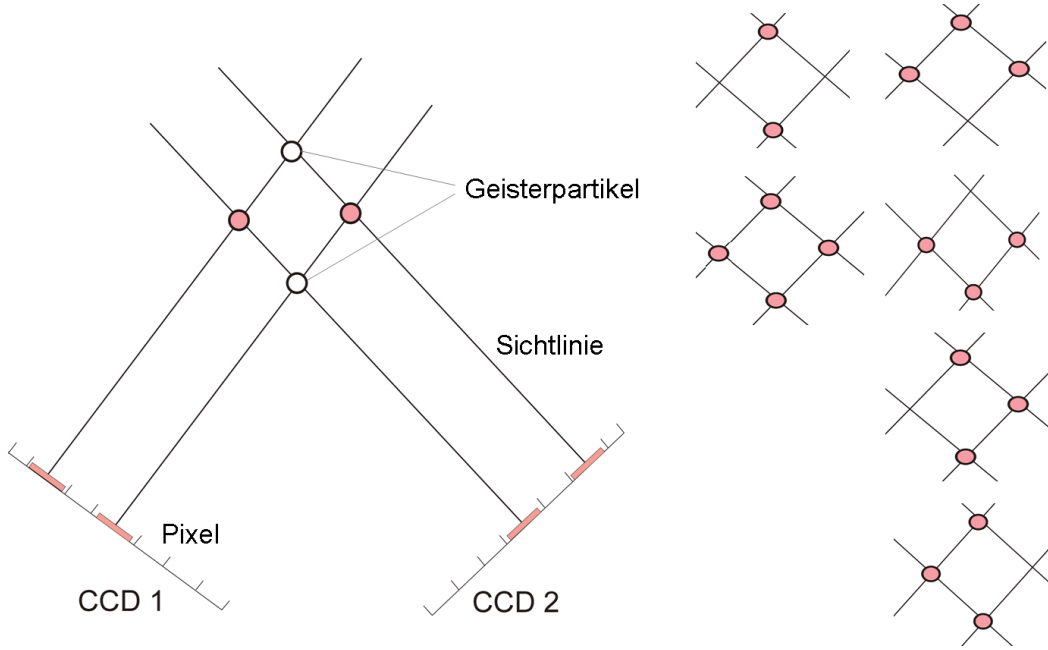


Abbildung 2.3: Prinzip der Entstehung von Geisterpartikeln (• – reale Partikel, ○ – Geisterpartikel). Rechts sind Partikelkombinationen, die eine mögliche Lösung des zwei-Kamera-Problems auf der linken Seite sind, darstellen.

Nach Elsinga *et al.* (2006b) ist die Anzahl der Geisterpartikel in den rekonstruierten Volumen von der Anzahl der realen Partikel, dem Partikeldurchmesser und der Länge der Sichtlinien im Messvolumen, die wiederum eine Funktion der Blickwinkel der Kameras und der Dicke des Messvolumens ist, abhängig. Des weiteren zeigen sie, dass die rekonstruierten Geisterpartikel eine niedrigere Intensität als die rekonstruierten realen Partikel im Messvolumen haben. Dennoch können die Geisterpartikel bzw. -intensität unter bestimmten Umständen einen Fehler in der gemessenen Geschwindigkeit verursachen (Elsinga *et al.*, 2010). Sofern der Gradient der Partikelverschiebung normal zur Blickrichtung der Kameras bzw. vereinfacht in Tiefenrichtung des Messvolumens (Z -Richtung) zu klein ist, verschieben korrelierende Geisterpartikel, die sich in dem Messvolumen zum Zeitpunkt t und $t + \Delta t$ bilden, das Maximum der Korrelationsfunktion zu einer in Tiefenrichtung gemittelten Partikelverschiebung bzw. Geschwindigkeit. Um diesen Effekt zu verhindern, sollte der Verschiebungsgradient bzw. die Änderung der Verschiebung über eine Länge l^* größer als der Durchmesser der Partikel (in Voxel) sein. Zum Abschätzen des Einflusses der Geisterpartikel kann die Tiefe des Messvolumens für l^* angenommen werden. (siehe Elsinga *et al.*, 2010) Dies motiviert demzufolge die Entwicklung von fortgeschritteneren Kreuzkorrelationsalgorithmen bei denen die Abfrage-

volumen iterativ entsprechend dem Verschiebungsvektorfeld verformt werden, die bereits aus der zwei-dimensionalen PIV bekannt sind und auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzt werden (siehe hierzu Abschnitt 2.4.2). Mit solchen Algorithmen wird beim Auftreten großer Verschiebungsgradienten im Allgemeinen eine höhere Genauigkeit in den Messungen erreicht (Huang *et al.*, 1993; Scarano, 2002).

Des weiteren stellen Novara *et al.* (2010) eine Methode vor, mit der die Intensität der Geisterpartikel verringert und die Intensität sowie die Genauigkeit der realen Partikel erhöht wird. Diese iterative Methode basiert auf der Multiplikation der rekonstruierten Intensitätsverteilungen zu den Zeitpunkten t und $t + \Delta t$, die mittels eines abgeschätzten Verschiebungsfelds so verschoben und verformt werden, dass sich die Partikel zu beiden Zeitpunkten an gleichen Positionen befinden. Somit ist das Erreichen von Partikeldichten bis 0,1 ppp möglich, die doppelt so hoch wie die derzeit erreichten Partikeldichten sind (siehe Abschnitt 1.1).

Kitzhofer & Brücker (2010) als auch Schröder *et al.* (2010) zeigen zudem, dass aus einer Serie von rekonstruierten Intensitätsverteilungen die Geschwindigkeitsinformationen auch durch die Verfolgung einzelner Partikel extrahiert werden können. Diese Technik wird als tomografische Particle Tracking Velocimetry (tomografische PTV) bezeichnet und ist der klassischen drei-dimensionalen Particle Tracking Velocimetry (PTV, siehe Abschnitt 1.1) sehr ähnlich. Allerdings werden die Partikelpositionen nicht durch Triangulation der Sichtlinien der einzelnen Partikelbilder, sondern direkt aus den mittels beispielsweise MART rekonstruierten Intensitätsverteilungen extrahiert. Dadurch können gegenüber der klassischen 3D-PTV (Partikeldichten von bis zu ca. 0,005 ppp) wesentlich höhere Partikeldichten und somit höhere Informationsdichten erreicht werden. In den tomografischen PTV-Versuchen von Kitzhofer & Brücker (2010), die ein drei-Kamera-System einsetzen, ist die Partikeldichte mit 0,002 bis 0,02 ppp (räumliche Variation) beispielsweise bis zu viermal so hoch wie beim klassischen 3D-PTV. In den Versuchen von Schröder *et al.* (2010) beträgt die Partikeldichte unter Verwendung eines sechs-Kamera-Systems sogar 0,05 ppp und ist somit so hoch wie bei der tomografischen PIV. Allerdings geht aus der Veröffentlichung nicht hervor, wie groß die Anzahl der Partikel ist, die sie in einem einzelnen Messvolumen verfolgen können. Womöglich ist diese geringer als die maximale Partikelanzahl.

Eine weitere Methode zur Berechnung der Geschwindigkeiten aus einer Serie rekonstruierter Intensitätsverteilungen wurde von Westfeld *et al.* (2010) vorge-

stellt. Diese Methode wird als 3-D *least squares matching* (3-D LSM) bezeichnet und basiert auf der zeitlichen Verfolgung der Intensitätsverteilung in Abfragevolumen mittels Optimierungsmethoden. Dabei können die Abfragevolumen jeweils verformt und verschoben werden. Im Gegensatz zu fortgeschrittenen iterativen Kreuzkorrelationsalgorithmen, die auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzt werden (siehe hierzu Abschnitt 2.4.2), müssen für die 3-D-LSM-Berechnungen keine Geschwindigkeitsfelder iterativ abgeschätzt werden. Darüber hinaus wird die Matrix mit den Geschwindigkeitsgradienten direkt bereit gestellt (siehe Kitzhofer *et al.*, 2010). Allerdings lässt sich diese Methode als sehr rechenintensiv einstufen.

2.2 Kalibrierung großer Volumen

In diesem Abschnitt wird zum einen erläutert, wie die Genauigkeitsanforderungen der Kalibrierung für große Messvolumen erfüllt werden können. Zum anderen wird die Eignung Helium-gefüllter Seifenblasen als Impfpartikel für die tomografische PIV experimentell untersucht.

2.2.1 Abbildungsfunktionen

Eine Abbildungsfunktion beschreibt im Allgemeinen die Beziehung zwischen physikalischen Punkten $\vec{X} = (X, Y, Z)$ im Raum und ihrer projizierten Position $\vec{x} = (x, y)$ auf der Abbildung (siehe auch Abschnitt 2.1 zu Abbildungs- bzw. Kalibrierfunktionen). Diese Beziehung wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nach der Methode von Soloff *et al.* (1997) unter Verwendung drei-dimensionaler Polynomfunktionen, die für jede einzelne Kamera ermittelt werden, aufgestellt. Für die Approximation in X - und Y -Richtung werden dazu Polynome dritter Ordnung verwendet, in Z -Richtung wird hingegen ein Polynom erster und zweiter Ordnung getestet. Mit einer Funktion zweiter Ordnung in Z -Richtung ergibt sich das drei-dimensionale Polynom $\vec{x} = \vec{F}(\vec{X}) = [F_x(\vec{X}), F_y(\vec{X})]$ mit

$$\begin{aligned}
F_x(\vec{X}) = & a_{x0} + a_{x1}X + a_{x2}Y + a_{x3}Z + a_{x4}X^2 + a_{x5}Y^2 + \\
& a_{x6}XY + a_{x7}XZ + a_{x8}YZ + a_{x9}X^3 + a_{x10}Y^3 + \\
& a_{x11}X^2Z + a_{x12}XY^2 + a_{x13}XYZ + a_{x14}X^2Z + \\
& a_{x15}Y^2Z + a_{x16}Z^2 + a_{x17}XZ^2 + a_{x18}YZ^2
\end{aligned} \tag{2.6}$$

und

$$\begin{aligned}
 F_y(\vec{X}) = & a_{y0} + a_{y1}X + a_{y2}Y + a_{y3}Z + a_{y4}X^2 + a_{y5}Y^2 + \\
 & a_{y6}XY + a_{y7}XZ + a_{y8}YZ + a_{y9}X^3 + a_{y10}Y^3 + \\
 & a_{y11}X^2Z + a_{y12}XY^2 + a_{y13}XYZ + a_{y14}X^2Z + \\
 & a_{y15}Y^2Z + a_{y16}Z^2 + a_{y17}XZ^2 + a_{y18}YZ^2
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

für die x bzw. y -Komponente. $a_{x0}, a_{x1}, \dots, a_{x18}$ und $a_{y0}, a_{y1}, \dots, a_{y18}$ sind dabei die Koeffizienten der Polynome in Gleichung 2.6 und 2.7. Bei Verwendung von Polynomen erster Ordnung in Z -Richtung werden die Polynomkoeffizienten $a_{x16}, a_{x17}, a_{x18}, a_{y16}, a_{y17}$ und a_{y18} Null gesetzt.

Das Aufstellen der Abbildungsfunktionen umfasst im Allgemeinen die Bestimmung der Koeffizienten der beiden drei-dimensionalen Polynome in Gleichung 2.6 und 2.7. Diese erfolgt mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate, wozu n Punktkorrespondenzen $\vec{X}_i \leftrightarrow \vec{x}_i$ benötigt werden, d.h. n Punkte, von denen die Position im physikalischen Raum $\vec{X}_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ sowie die Position auf dem CCD-Sensor $\vec{x}_i = (x_i, y_i)$ bekannt ist. Für die Bestimmung der Polynomkoeffizienten bei Verwendung eines Polynoms zweiter Ordnung in Z sind dazu mindestens 19 dieser Punktkorrespondenzen nötig, und für ein Polynom erster Ordnung in Z mindestens 16. Die Punktkorrespondenzen werden aus den bei der jeweiligen Messung aufgenommen Bildern einer Kalibrierplatte, die im Allgemeinen an verschiedenen Orten im Messvolumen positioniert wird, gewonnen. Auf der Kalibrierplatte befinden sich Marker, deren Positionen im physikalischen Raum \vec{X}_i bekannt sind und deren Positionen \vec{x}_i auf der Abbildung gemessen werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine Kalibrierplatte mit kreisrunden Markern eingesetzt (siehe Abbildung 2.6). Um statistische Fehler, die bei der Bestimmung der Bildkoordinaten \vec{x}_i der Marker auftreten können, zu minimieren, werden im Allgemeinen zur Ermittlung der Polynomkoeffizienten mehr als die mindestens nötigen 19 bzw. 16 Punktkorrespondenzen verwendet. Das Aufstellen der Kalibrierfunktionen in der vorliegenden Arbeit basiert beispielsweise jeweils auf etwa 1800 Punktkorrespondenzen.

2.2.2 Aufstellen der Punktkorrespondenzen

Die Bestimmung der Punktkorrespondenzen wird in drei Schritten vorgenommen. Zuerst werden die Aufnahmen der Kalibrierplatte, auf denen sich die kreisrunden Marker befinden, gefiltert. Dies ist für eine zuverlässige Detektion der Marker nötig. Anschließend werden die Bildkoordinaten der Marker der

Reihenfolge nach mit der Genauigkeit eines Pixels extrahiert. Wobei den Markern ihre physikalische Position automatisiert zugewiesen wird. Zum Schluss werden die Bildkoordinaten der Marker mit Subpixelgenauigkeit ermittelt.

Für die zuverlässige Detektion der Marker werden die Kameraaufnahmen der Kalibrierplatte wie folgt gefiltert:

1. Mittelung von 25 oder 50 Aufnahmen zur Minimierung des Kamerarauschens.
2. Maskierung der Bereiche außerhalb der Kalibrierplatte sowie von Reflexionen.
3. Hochpassfilterung der Aufnahme, um langwellige Änderungen der Intensität zu minimieren (Anwendung erforderlich, sofern der nächste Filter nicht angewendet wird).
4. Normierung der Aufnahmen mit dem lokalen Maximum. Dabei muss der Filterkernel mindestens so groß wie der Abstand zwischen den Markern sein. Somit haben alle Markerabbildungen etwa die gleiche maximale Intensität. Dieser Filter wurde erst bei den in der Konvektionszelle durchgeführten Messungen (siehe Kapitel 3) angewendet. Somit können Bereiche auf der Kalibrierplatte, die eine annähernd gleiche Intensität wie die Marker selbst haben, als mögliche Marker ausgeschlossen werden. Diese hellen Bereiche entstehen beim Ausleuchten der Kalibrierplatte durch diffus gestreutes Licht an Kratzern in den Polycarbonatwänden der Konvektionszelle.
5. Setzen eines Schwellwertes für die Intensität, wobei Werte unterhalb des Schwellwertes gleich Null gesetzt werden. Bei den im Rahmen der in Kapitel 3 durchgeführten Messungen betrug der Schwellwert etwa 50 % der maximalen Intensität.

In der Implementierung ist die Größe der Filterkernel des dritten, vierten und fünften Schritts frei wählbar und die Kernel sind überlappend angeordnet. Die Überlappung beträgt dabei $N - 1$ bzw. $M - 1$ Pixel, wobei N und M die Anzahl der Pixel und somit die Größe des Filterkernels in die zwei Bildkoordinatenrichtungen ist. Das Ergebnis dieser aufwendigen Filterung sind Bilder mit lokalen Maxima, die die Marker auf der Kalibrierplatte wiedergeben. Aus den so gewonnenen gefilterten Bildern werden anschließend die Positionen der Marker bzw. der Intensitätsmaxima extrahiert, um daraus die nötigen Punktkorrespondenzen aufzustellen. Dies erfolgt wie unten erläutert mit einem Filterkernel, der größer als der Durchmesser der Marker und kleiner als der Abstand

zwischen den Markern ist.

Zur automatisierten Bestimmung der Punktkorrespondenzen $\vec{X}_i \leftrightarrow \vec{x}_i$ wurde eine auf der bekannten Verteilung der Marker auf der Kalibrierplatte basierende Methode entwickelt. Dabei wird gemäß der Reihenfolge der detektierten Marker bzw. der Intensitätsmaxima auf den Aufnahmen der Kalibrierplatte ihre physikalische Position zugewiesen. Die Detektion der Marker erfolgt dann durch lokale Maximasuche der Intensität mit einer Genauigkeit eines Pixels in einem kleinen Bereich entlang definierter Geraden. Die Anwendung zeigt, dass die Methode sehr robust ist.

Die Funktionsweise des Algorithmus ist in Abbildung 2.4 veranschaulicht. Für die Ausführung des ersten Schritts des Algorithmus (siehe Abbildung 2.4(a)) müssen ein Referenzpunkt $P'_{00} = P(x, y)$ sowie zwei Punkte P'_{10} und P'_{20} auf den Aufnahmen der Kalibrierplatte definiert werden. Diese drei Punkte spannen ein zwei-dimensionales Koordinatensystem mit dem Nullpunkt P'_{00} auf, wobei die Punkte P'_{10} und P'_{20} die beiden Koordinatenrichtungen definieren.¹ Im ersten Schritt werden nun die Bildkoordinaten aller Intensitätsmaxima bzw. Marker entlang der Gerade durch die Punkte P'_{00} und P'_{10} extrahiert (siehe Abbildung 2.4(a)). Die Maximasuche beginnt bei Punkt P'_{00} und erfolgt in einem Bereich $\pm\Delta x/2$ um die definierte Gerade (siehe Abbildung 2.4(a)). Des weiteren werden zwei Punkte P_{01} und P_{11} , die im nächsten Schritt des Algorithmus benötigt werden, bestimmt. Beide repräsentieren Marker bzw. lokale Intensitätsmaxima in der zweiten Markerreihe auf dem Bild der Kalibrierplatte. Der Punkt P_{01} wird durch die lokale Maximasuche der Intensität entlang der Geraden durch die Punkte P'_{00} und P'_{20} ermittelt und die Bestimmung von P_{11} erfolgt dann mittels Maximasuche entlang einer vertikalen Linie durch den Punkt P'_{10} . Die Suche wird jeweils wieder in einem Bereich $\pm\Delta x/2$ um die entsprechende Gerade durchgeführt.

Im zweiten Schritt werden die Marker oberhalb der ersten Markerreihe gesucht (siehe Abbildung 2.4(b)). Die Detektion der Marker erfolgt nun entlang der Geraden durch die zuvor ermittelten Punkte P_{01} und P_{11} . Zusätzlich werden die Punkte P_{02} und P_{12} bestimmt, die Positionen der Marker in der dritten Reihe repräsentieren. P_{12} wird wieder durch Detektion der lokalen Maxima entlang einer vertikalen Linie durch den Punkt P_{11} ermittelt. Die Bestimmung des neuen Startpunktes der Geraden P_{02} erfolgt in diesem wie auch in den folgenden Schritten durch lokale Maximasuche entlang der Geraden durch den

¹ P'_{20} muss dabei zwangsläufig kein Marker auf der Kalibrierplatte sein.

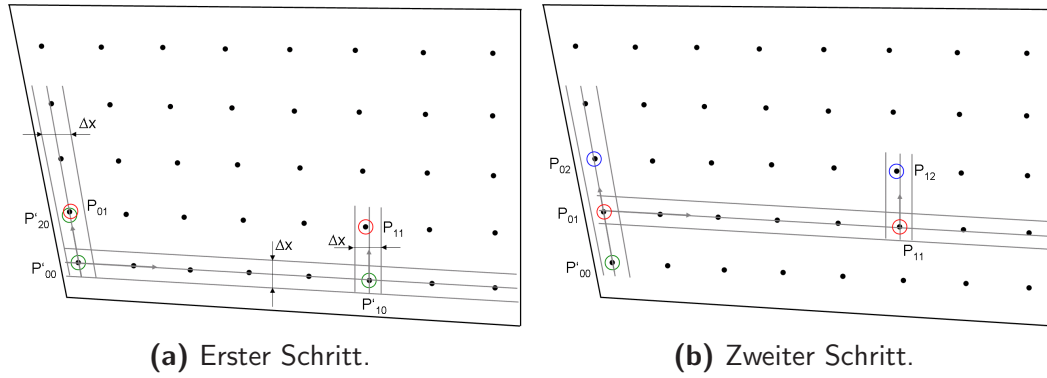


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der ersten beiden Schritte des Algorithmus zur automatisierten Ermittlung der Punktkorrespondenzen.

Punkt P_{00} und dem vorigen Startpunkt (hier P_{01}). Die Intensitätsmaxima werden dafür jeweils wieder in einem Bereich $\pm \Delta x/2$ um die entsprechende Gerade bestimmt. Diese beschriebene Prozedur wird nun fortgesetzt bis die Bildkoordinaten der Marker in jeder Reihe ermittelt sind. Abschließend wird den Markern aus der Reihenfolge auf der Abbildung die physikalische Position zugewiesen. Somit sind die nötigen Punktkorrespondenzen für eine konstante Z -Position bestimmt.

Im Anschluss werden die Positionen der kreisrunden Marker auf den Kameraaufnahmen mit Subpixelgenauigkeit bestimmt. Dazu sind aus der Literatur verschiedene Möglichkeiten bekannt. Jede dieser Methoden weist allerdings spezifische Vor- und Nachteile auf. Ein beliebte Methode ist die Korrelation mit einem bekannten Verlauf der Intensität des Markers (engl. *template matching*). Aus dem Maximum in der Korrelationsebene kann dann die exakte Position des Markers auf dem Bild ermittelt werden. Diese Methode ist dem Korrelationsschritt in der zwei-dimensionalen PIV sehr ähnlich. Der Nachteil ist allerdings, dass eine Vorlage der Markerabbildung definiert werden muss. Dazu muss bei kreisrunden Markern z.B. die Größe der Abbildung bekannt sein (Heikkilä, 1997). Eine alternative Möglichkeit ist die Detektion der Markerränder, die beispielsweise von Heikkilä (1997) eingesetzt wird. Als nachteilig erweist sich hier allerdings die aufwendige Implementierung.

In der vorliegenden Arbeit wird die subpixelgenaue Position der Marker auf den Aufnahmen $\vec{x} = (x, y)$ mit einer quadratisch gewichteten Schwerpunktsbe-

rechnung der Intensität bestimmt:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M i \cdot I(i, j)^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(i, j)^2} \quad y = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M j \cdot I(i, j)^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(i, j)^2} \quad (2.8)$$

In Gleichung 2.8 ist N und M die Anzahl der Pixel des Kernels in den zwei Koordinatenrichtungen des Bilds, wobei der Kernel den Bereich definiert, der in die Berechnung einfließt. $I(i, j)$ repräsentiert die Intensität des Pixels an der Stelle i und j . Diese Methode ist einfach zu implementieren, sehr robust und weist eine hohe Genauigkeit bei kleinen Markerabbildungen auf (Shortis *et al.*, 1994). Zudem ist die Genauigkeit im Vergleich zu einer nicht quadratisch gewichteten Schwerpunktsberechnung höher (Shortis *et al.*, 1994).

Im Allgemeinen werden kreisrunde Marker bei Betrachtung unter einem Winkel als Ellipse abgebildet (siehe Heikkilä, 1997; Macháček, 2003). Die Bestimmung der exakten Markerposition aus dem Schwerpunkt der Intensität bzw. quadratisch gewichteten Intensität führt dann zu einem Fehler. Dieser hängt von der Größe der Marker, Brennweite des Kameraobjektives, der Position des Markers auf der Kalibrierplatte, dem Betrachtungswinkel und dem Abstand der Kamera von dem Objekt ab (Macháček, 2003). Mit Hilfe eines Lochkameramodells kann die Größenordnung dieses Fehler für den im nächsten Abschnitt vorgestellten Testaufbau sowie den in Kapitel 3 vorgestellten Messaufbau mit 10^{-4} Pixel abgeschätzt werden. Da der Fehler weit unterhalb der Genauigkeit liegt, mit der die Markerposition auf den Aufnahmen bestimmt werden kann, und zudem viel kleiner ist als die experimentell ermittelten Kalibrierfehler (siehe Abschnitt 2.2.3), kann er vernachlässigt werden.

Der oben beschriebene Algorithmus wurde als interaktives QT4-Programm² mit grafischer Oberfläche (GUI, engl. *graphical user interface*) umgesetzt. In diesem Programm werden die einzelnen Filteroperationen und die jeweilige Größe der Filterkernel in einem entsprechendem Menü ausgewählt. Des weiteren werden die drei nötigen Koordinatenpunkte P'_{00} , P'_{10} und P'_{20} interaktiv auf der Aufnahme der Kalibrierplatte mit dem Mauszeiger festgelegt.

²QT4 ist eine C++-Bibliothek zum Erstellen von Programmen mit interaktiver grafischer Oberfläche (siehe z.B. Wolf, 2007).

2.2.3 Test der Genauigkeit

Zur Abschätzung der Genauigkeit der Kamerakalibrierung wurden zwei Kalibrierfehler experimentell untersucht. Dies sind der Rückprojektionsfehler und der Triangulationsfehler. Der erste Fehler spiegelt die Genauigkeit der Kalibrierung einer Kamera wieder und verrät, ob die gewählten Polynomfunktionen die Abbildung der physikalischen Positionen in der Bildebene ausreichend genau beschreiben. Der zweite Kalibrierfehler gibt die Genauigkeit der Kalibrierung des gesamten Kamerasystems an, d.h. er gibt an, wie gut die Abbildungsfunktionen der einzelnen Kameras zusammenpassen und schließt zudem Ungenauigkeiten, die bei der Betrachtung der beleuchteten Seifenblasen aus verschiedenen Richtungen auftreten (siehe Abschnitt 1.2), mit ein. Wenn die Rückprojektion dieses Fehlers den von Wieneke (2008) definierten Wert von 0,1 Pixel nicht überschreitet (siehe auch Kalibriergenauigkeit in Abschnitt 2.1), kann nachgewiesen werden, dass Seifenblasen als Impfpartikel für tomografische PIV einsetzbar sind. Experimentelle Messdaten wurden dafür in einem einfachen Testaufbau gewonnen.

Testaufbau

Abbildung 2.5 zeigt eine schematische Darstellung des Testaufbaus. Das Messvolumen hat eine Größe von $0,69\text{ m} \times 0,42\text{ m} \times 0,24\text{ m}$ und wird von drei Sensicam Kameras (PCO AG) betrachtet. Jede dieser digitalen PIV-Kameras (Kamera 1 bis 3; b, c und d in Abbildung 2.5) weist eine räumlich Auflösung von 1280×1024 Pixel auf und ist mit einem Objektiv mit einer Brennweite von $f = 21\text{ mm}$ (Distagon T* 2,8/21, Carl Zeiss) bestückt. Um die Untersuchungen mit einem für die tomografische PIV üblichen Vier-Kamerasystem (siehe Abschnitt 2.1) durchzuführen, wurde eine weitere Kamera (Kamera 4, e in Abbildung 2.5) eingesetzt. Als vierte Kamera stand allerdings nur eine Sensicam QE (PCO AG), die eine sehr ähnliche räumliche Auflösung (1376×1040 Pixel) wie die drei anderen Kameras besitzt sowie ein Objektiv mit einer Brennweite von $f = 24\text{ mm}$ (Adaptall-2 24 mm F/2,5, Tamron) zur Verfügung. Die Blenden aller Objektive wurden auf $f/4$ gestellt, wodurch sichergestellt werden konnte, dass in dem Messaufbau eine ausreichend große Tiefenschärfe erreicht und somit alle beleuchteten Partikel im Messvolumen scharf abgebildet werden können.

Für die Ermittlung einer geeigneten Abbildungsfunktion wird eine Kalibrierplatte, die parallel zur X - Y -Ebene ausgerichtet ist, mit Hilfe zweier linearer

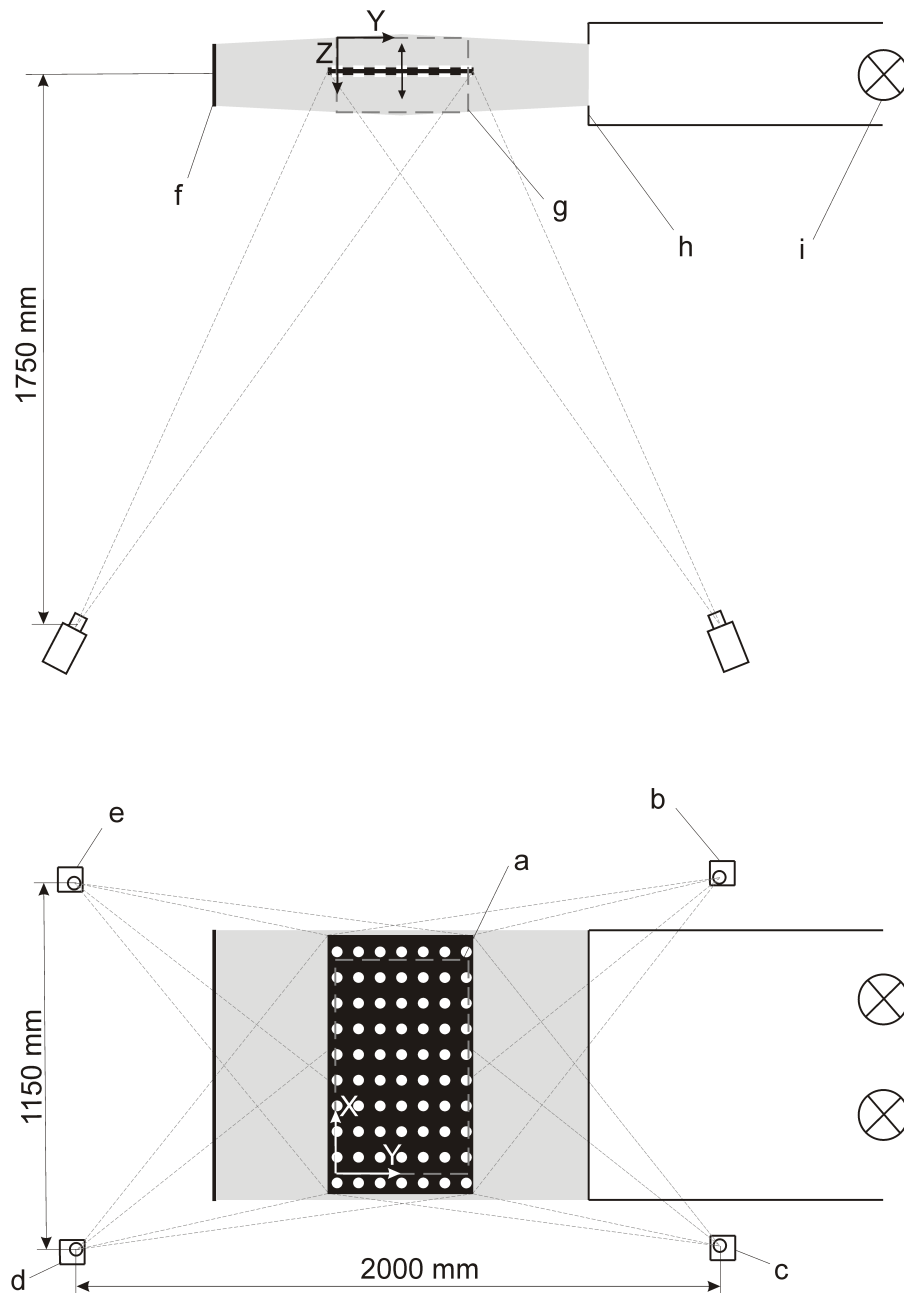


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Testaufbaus (a – Kalibrierplatte, b – Kamera 1, c – Kamera 2, d – Kamera 3, e – Kamera 4, f – Spiegel, g – Messvolumen, h – Schlitzblende, i – Stroboskope).

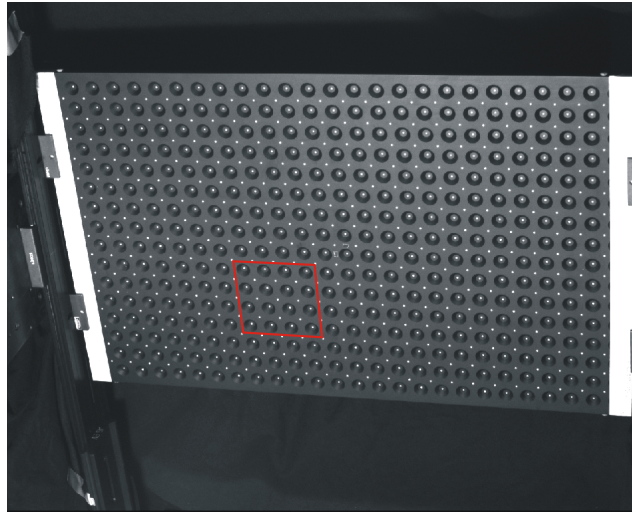


Abbildung 2.6: Foto der Kalibrierplatte der Größe $795\text{ mm} \times 495\text{ mm}$. Die Marker sind auf zwei Ebenen der Kalibrierplatte angebracht. Für das Aufstellen der Kalibrierfunktionen werden nur die Marker auf der vorderen (oberen) Ebene verwendet. Rotes Viereck zeigt Projektion des in Abschnitt 2.3.7 rekonstruierten Messvolumens.

Verfahrenseinheiten (LES 5, Spindel mit 2,5 mm Steigung, Isel Germany AG) schrittweise in Z -Richtung durch das Messvolumen bewegt. Ein von einer der Kameras aufgenommenes Foto der Kalibrierplatte ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Die 10 mm dicke gebeizte Kalibrierplatte aus Aluminium hat eine Größe von $795\text{ mm} \times 495\text{ mm}$. Auf dieser sind 775 weiße kreisrunde Marker (Durchmesser $d = 2\text{ mm}$) in zwei Ebenen gleichmäßig verteilt. Des weiteren beträgt der Abstand zwischen benachbarten Markern in einer Ebene in beide Koordinatenrichtungen jeweils 30 mm. In diesem Vorversuch wird alle 10 mm in Z -Richtung ein Bild der Kalibrierplatte von jeder Kamera aufgenommen. Die Planheit der Kalibrierplatte hat eine Toleranz von etwa $\pm 0,35\text{ mm}$. Während der Aufnahme wird die Kalibrierplatte mit einem Halogenscheinwerfer beleuchtet.

Zusätzlich werden zur Untersuchung des Triangulationsfehlers des Kamerasystems (siehe unten) Bilder mit beleuchteten Impffpartikeln aufgenommen. Dazu werden Helium-gefüllte Seifenblasen mit einem Durchmesser von etwa 0,2 bis 0,3 mm mit dem in Bosbach *et al.* (2009) beschriebenen Partikelgenerator erzeugt und in das Messvolumen eingebracht. Die Beleuchtung der Impffpartikel erfolgt durch zwei Stroboskope (Action Strobe 300, Eurolite), von denen eins das Messvolumen zum Zeitpunkt der ersten PIV-Aufnahme ausleuchtet. Das Zweite sorgt dementsprechend für die Beleuchtung zum Zeitpunkt der zweiten PIV-Aufnahme. Zur scharfen Abgrenzung des beleuchteten Bereichs in negativer und positiver Z -Richtung (siehe Abbildung 2.5) ist in

Tabelle 2.1: Z -Positionen der Punktkorrespondenzen, die zum Aufstellen der Polynome sowie zur Berechnung des Rückprojektionsfehlers verwendet werden.

Z [mm]	Bestimmung der Polynomkoeffizienten	Berechnung Rückprojektionsfehler
20	×	×
70	×	×
120	×	×
170	×	×
220	×	×
30		×
50		×
90		×
150		×
190		×

einem Abstand von ca. einem Meter vor den Stroboskopen eine Schlitzblende positioniert. Zusätzlich ist ein Spiegel auf der gegenüberliegenden Seite der Stroboskope angebracht. Durch diese Anordnung soll die Menge des an den Seifenblasen getreuten Lichts erhöht werden. Eine Kameraaufnahme der beleuchteten Partikel ist in Abbildung 2.29(a) in Abschnitt 2.3.6 zu sehen. Es ist deutlich sichtbar, dass die Glanzlichter auf der Oberfläche einer Seifenblase nur als ein beugungsbegrenztes Bild auf den Kameraaufnahmen abgebildet werden.

Rückprojektionsfehler

Zunächst soll geprüft werden, ob die Abbildungsfunktion in Gleichung 2.6 und 2.7 mit dem Polynom erster oder zweiter Ordnung in Z -Richtung gebildet werden müssen. Dazu werden die Polynomkoeffizienten der Abbildungsfunktion für beide Fälle bestimmt. Dies erfolgt wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, wobei Punktkorrespondenzen verwendet werden, die aus den Aufnahmen der Kalibrierplatte (siehe Abbildung 2.6) an fünf Z -Positionen im Messvolumen ermittelt wurden. Diese fünf Z -Positionen sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Für die Auswertung werden jeweils nur die Marker auf der vorderen (oberen) Ebene der Kalibrierplatte berücksichtigt, deren Durchmesser auf den Abbildungen etwa 3 bis 4 Pixel betragen.

Um zu prüfen, ob die Projektion physikalischer Punkte im Raum auf die Abbildung mit den Funktionen in Gleichung 2.6 und 2.7 unter Verwendung eines Polynoms erster oder zweiter Ordnung in Z -Richtung ausreichend genau

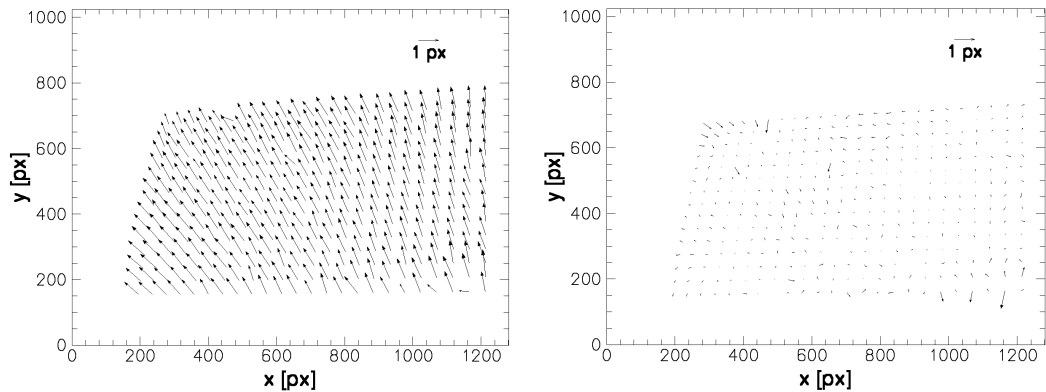
beschrieben werden kann, wird der Rückprojektionsfehler $\vec{\epsilon}_p = (\epsilon_{p,x}, \epsilon_{p,y})$ analysiert. Nach Macháček (2003) lässt sich dieser für Kamera i aus der Differenz zwischen den projizierten Koordinaten eines bekannten Punktes im physikalischen Raum \vec{X} , die mit der Kalibrierfunktion $\vec{F}(\vec{X})_i$ (Gleichung 2.6 und 2.7) ermittelt wurden und der gemessenen Position \vec{x}_i auf der Aufnahme berechnen:

$$\vec{\epsilon}_{p,i} = \vec{F}(\vec{X})_i - \vec{x}_i \quad (2.9)$$

Für diese Untersuchungen wird der Rückprojektionsfehler für die Punktkorrespondenzen, die mit den Markern auf der Kalibrierplatte an zehn Z -Positionen (siehe Tabelle 2.1) bestimmt werden, berechnet. Dabei wurden die Punktkorrespondenzen an fünf der Z -Positionen bereits für die Bestimmung der Polynomkoeffizienten verwendet (siehe Tabelle 2.1). Die Berechnung wird nur für Kamera 1 durchgeführt, da für die drei anderen Kameras identische Ergebnisse erwartet werden.

In Abbildung 2.7 ist beispielhaft die Verteilung des Rückprojektionsfehlers der Punktkorrespondenzen bei $Z = 30$ mm als Vektoren dargestellt. Die Punktkorrespondenzen an dieser Z -Position wurden dabei nicht zur Ermittlung der Polynomkoeffizienten der Abbildungsfunktion verwendet. Die linke Seite zeigt den Fehler bei Verwendung eines Polynoms erster Ordnung in Z -Richtung. Zum Vergleich ist rechts der Fehler für das Polynom zweiter Ordnung in Z -Richtung gezeigt. Die maximale Länge bzw. der maximale Betrag der Vektoren in dieser Grafik beträgt 1,40 Pixel und der RMS-Wert (engl. *root mean square*) des Fehlers 0,44 und 0,88 Pixel in x - bzw. y -Richtung. Alle Vektoren zeigen etwa in die gleiche Richtung, was auf einen systematischen Fehler infolge der Verwendung eines Polynoms erster Ordnung in Z -Richtung hinweist. Bei Verwendung des Polynoms zweiter Ordnung in Z -Richtung verringert sich der RMS-Wert des Fehlers auf 0,09 und 0,11 Pixel in x - bzw. y -Richtung (Abbildung 2.7(b)). Die maximale Länge der Vektoren beträgt 0,90 Pixel. Vereinzelt treten an den Rändern Fehler auf, deren Betrag größer als 0,5 Pixel ist. Allerdings ist keine Systematik des Fehlers mehr zu erkennen, da die Richtung der gezeigten Vektoren unkorreliert ist. Aus diesem Ergebnis kann nun abgeleitet werden, dass ein Polynom zweiter Ordnung für die Beschreibung der Abbildung der Punkte an dieser Z -Position ausreichend, aber nötig ist.

Um zu zeigen, dass mit einem Polynom zweiter Ordnung in Z -Richtung die Abbildungsfunktionen für alle Punkt im Messvolumen ausreichend genau approximiert werden können, werden die RMS-Werte des Rückprojektionsfehlers aus den insgesamt 3600 Punktkorrespondenzen der zehn Z -Positionen (siehe



(a) Polynom erster Ordnung in Z -Richtung (maximaler Betrag von 1,40 Pixel). (b) Polynom zweiter Ordnung in Z -Richtung (maximaler Betrag von 0,90 Pixel).

Abbildung 2.7: Rückprojektionsfehler $\vec{\epsilon}_p$ für Kamera 1. Fehler ist berechnet für alle Punktkorrespondenzen bei $Z = 30$ mm unter Verwendung eines Polynoms erster und zweiter Ordnung in Z -Richtung.

Tabelle 2.1) bestimmt. Bei Verwendung des Polynoms erster Ordnung in Z -Richtung belaufen sich die RMS-Werte in x - und y -Richtung auf 0,51 bzw. 1,04 Pixel und verringern sich auf 0,08 und 0,09 Pixel bei der Erhöhung des Polynomgrades in Z -Richtung. Der dabei verbleibende Rückprojektionsfehler wird auf die Genauigkeit der Methode zur subpixelgenauen Bestimmung der Markerposition (siehe Abschnitt 2.2.2) zurückgeführt. Abschließend kann aus diesen Untersuchungen abgeleitet werden, dass Gleichungen 2.6 und 2.7 die Abbildung physikalischer Punkte auf die Bildkoordinaten unter Verwendung von Polynomen zweiter Ordnung in Z -Richtung auch für große Messvolumen ausreichend genau beschreiben. Folglich werden diese für alle weiteren Untersuchungen eingesetzt.

Triangulationsfehler

Um eine Aussage über die Genauigkeit der Kalibrierung des gesamten Kamerasystems machen zu können und um somit zu prüfen inwieweit die Kalibrierung bzw. die Abbildungsfunktionen der einzelnen Kameras zusammenpassen, wird der Triangulationsfehler des Kamerasystems untersucht (siehe auch Beginn des Abschnitts). Bei der Anwendung der Seifenblasen als Impfpartikel wird dieser Fehler zusätzlich durch die blickrichtungsabhängige Position der Glanzlichter auf ihrer Oberfläche beeinflusst. Der Triangulationsfehler zeigt somit an, ob

Seifenblasen für die tomografische PIV einsetzbar sind. Es sei an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen, dass der Durchmesser der Seifenblasen von der Größe der Seitenlänge eines Voxels ist. Dabei ergibt sich für den Testaufbau ein Verhältnis zwischen physikalischer Größe der Seifenblasen zur Seitenlänge eines Voxels (siehe Abschnitt 2.3.7) von 0,3 bis 0,4. Zudem wurde festgestellt, dass die Glanzlichter auf den Kameraaufnahmen nur als ein mittleres beugungsbegrenztes Bild sichtbar sind (siehe Abbildung 2.29(a)). Durch Analyse des Triangulationsfehlers soll nun nachgewiesen werden, dass tomografische PIV auch unter diesen besonderen optischen Besonderheiten eingesetzt werden kann.

Die Berechnung des Fehlers erfolgt mit der in Abschnitt 2.1 vorgestellten Volumenselbstkalibrierung. Dazu wird das Messvolumen in X -, Y - und Z -Richtung in $5 \times 3 \times 2$ Untervolumen ($n_X \times n_Y \times n_Z$) unterteilt und die Position der Partikel im Messvolumen der auf 40 Kameraaufnahmen (Partikeldichte von ca. 0,001 ppp) abgebildeten Partikel durch Triangulation (siehe Abschnitt 2.1) bestimmt. Die dafür benötigten Partikelpositionen auf den Kameraaufnahmen werden wie bei der subpixelgenauen Bestimmung der Position der Korrelationsmaxima bei planaren PIV-Techniken (siehe Raffel *et al.*, 2007) durch zwei ein-dimensionale Drei-Punkt-Gauß-Anpassungen ermittelt. Infolge von Fehlern, die bei der Kalibrierung und durch die blickrichtungsabhängige Position der Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblase entstehen, schneiden sich die Sichtlinien von den einzelnen Kameras nicht exakt, was zu dem Triangulationsfehler führt (siehe auch Abschnitt 2.1). Für die rekonstruierten drei-dimensionalen Partikelpositionen werden nun der Triangulationsfehler bzw. die auf die einzelnen Kameraaufnahmen projizierten Triangulationsfehler bestimmt. Diese werden als *disparity*-Fehler bezeichnet und können mit Gleichung 2.2 berechnet werden, wobei die Projektion physikalischer Positionen auf den Aufnahmen mit den Gleichungen 2.6 und 2.7 unter Verwendung des Polynoms zweiter Ordnung in Z -Richtung beschrieben wird. Anschließend werden die *disparity*-Fehler der Partikel in den einzelnen Untervolumen einer Kamera gemittelt (Mittelung von bis zu 500 Werten pro Untervolumen), woraus man schließlich für jedes Untervolumen einer Kamera einen mittleren Fehler erhält. Die resultierenden Fehlerverteilungen werden zuletzt durch eine Medianfilterung (Filtergröße von 3^3) geglättet, wobei die Daten an den Rändern des Messvolumens gespiegelt werden, um dort einen Datenverlust zu vermeiden. Sofern die *disparity*-Fehler ungleich Null sind, werden die Abbildungsfunktionen mit Gleichung 2.3 iterativ korrigiert, um somit den Kalibrierfehler des Kamerasystems zu verringern. Gleichung 2.3 wird hierfür auf die Bildko-

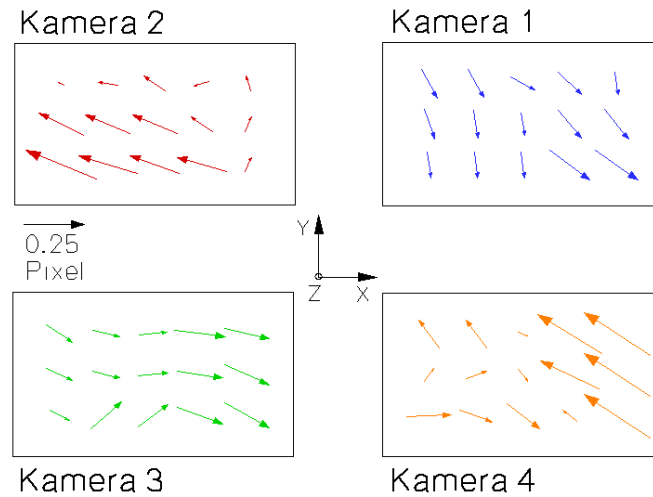


Abbildung 2.8: Experimentell ermittelter *disparity*-Fehler der einzelnen Kameras in X - Y -Ebene, die am weitesten von den Kameras entfernt ist. Zur Orientierung ist das drei-dimensionale Koordinatensystem eingezeichnet.

ordinaten der Punktkorrespondenzen der detektierten Marker, die sich in den einzelnen Untervolumen der Volumenselbstkalibrierung befinden, angewendet (siehe Abschnitt 2.1).

In Abbildung 2.8 sind die *disparity*-Fehler für alle vier Kameras nach einmaligem Durchlaufen der Volumenselbstkalibrierung als Vektoren in einer X - Y -Ebene ($n_Z = 1$; Ebene, die am weitesten von den Kameras entfernt ist), dargestellt. Erwartungsgemäß sind die Fehler nicht Null, vielmehr haben die Vektoren eine Länge von bis zu ca. 0,3 Pixel. In den Verläufen der Fehlvektoren für Kamera eins bis drei ist eine klare Systematik erkennbar, da die Vektoren der einzelnen Kamera etwa in die gleiche Richtung zeigen und die Änderungen der Beträge kontinuierlich verlaufen. Die Anordnung der Fehlvektoren für Kamera vier weist hingegen eine etwas weniger deutliche Systematik auf. Eine Begründung hierfür ist, dass mit dieser Kamera stärker verrauschte Messdaten aufgenommen wurden, wie im Laufe dieses Abschnitts noch gezeigt wird.

Mit weiteren Durchläufen der Volumenselbstkalibrierung soll gezeigt werden, dass der Kalibrierfehler des Kamerasystems auch bei Verwendung der Seifenblasen weiter verringert werden kann. Dazu ist in Abbildung 2.9 der über alle Untervolumen gemittelte *disparity*-Fehler für Kameras 1 bis 4 als Funktion der Anzahl der Durchläufe der Selbstkalibrierung dargestellt. Zu Beginn beträgt der mittlere *disparity*-Fehler für alle Kameras etwa 0,2 Pixel. Nach wenigen Iterationen lässt sich der Fehler auf eine Größenordnung von etwa 0,1 Pixel verringern. Allerdings zeigt das Diagramm auch, dass der *disparity*-Fehler der

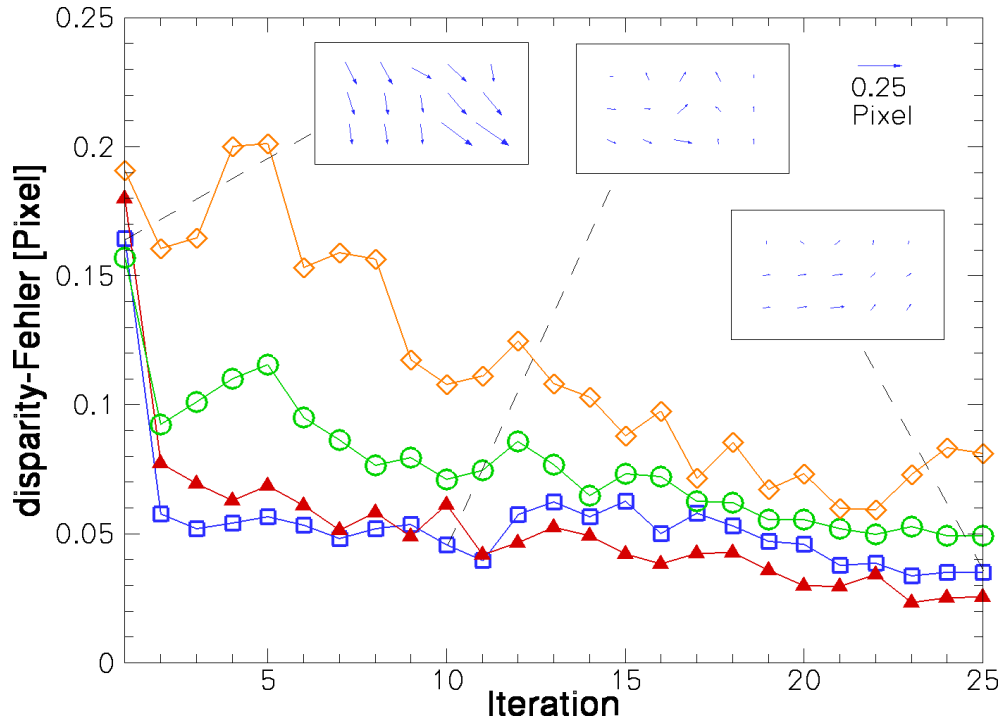


Abbildung 2.9: Mittelwerte der *disparity*-Fehler (Mittelung über alle Untervolumen) für die einzelnen Kameras. Diese wurden mit der Volumenselbstkalibrierung ermittelt (\square – Kamera 1, \blacktriangle – Kamera 2, \circ – Kamera 3, \diamond – Kamera 4). Vektorfelder zeigen *disparity*-Fehler für Kamera 1 nach verschiedenen Iterationsschritten in X - Y -Ebene, die am weitesten von der Kamera entfernt ist. Der maximale Betrag der Vektoren beträgt nach der ersten Iteration 0,24 Pixel, nach der zehnten 0,10 Pixel und nach der fünfundzwanzigsten 0,08 Pixel.

vierten Kamera nicht so schnell abnimmt wie bei Kameras 1 bis 3. Der Grund dafür kann die geringere Qualität des Objektives sein, welches für die vierte Kamera verwendet wird. Die geringere Qualität führt zu stärker verrauschten Partikel aufnehmen und somit zu einem etwas größeren statistischen Fehler bei der Bestimmung der Position der Partikel auf den Bildern. Dies wiederum verursacht stärker verrauschte *disparities* innerhalb eines Untervolumens, wodurch das Ergebnis der Mittelung beeinflusst wird. Letzendlich führt dies dann zu einer langsameren Verringerung des Fehlers. Zusätzlich sind in Abbildung 2.9 die *disparity*-Vektorfelder von Kamera 1 für $n_z = 1$ (Ebene im Messvolumen, die am weitesten von der Kamera entfernt ist) für verschiedene Iterationsschritte eingefügt. Nach der ersten Iteration ist, wie bereits diskutiert, eine klare Systematik im Verlauf der Vektoren zu erkennen. Nach neun weiteren Iterationen wird der Betrag des Fehlers mehr als halbiert. Weitere Iterationen führen dann nur noch zu einer Verringerung des Fehlers um 0,02 Pixel.

Die Analyse des Triangulations- bzw. *disparity*-Fehlers zeigt, dass es möglich ist, den Kalibrierfehler eines Vierkamarasystems auch beim Einsatz von Seifenblasen mit Hilfe der Volumenselbstkalibrierung auf Werte um 0,1 Pixel zu reduzieren. Dieser Wert muss erreicht werden, um die Intensitätsverteilung im gesamten Messvolumen ausreichend genau rekonstruieren zu können (siehe oben). Mit den oben geführten Genauigkeitsnachweis folgt, dass Heliumgefüllte Seifenblasen prinzipiell als Impffartikel für die tomografische PIV in großen Messvolumen eingesetzt werden können.

Zusätzlich soll nun mit einem einfachen Modell der Mechanismus dieser Selbstkalibrierung beim Auftreten der blickrichtungsabhängigen Position der Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblasen erläutert werden. Dazu werden zunächst Simulationen mit dem Strahlverfolgungsprogramm POV-Ray³ durchgeführt, womit sich die mögliche Verteilung der Glanzlichter analysieren lässt. In den Simulationen wird eine hohle Glaskugel (Durchmesser $d = 100$ mm, 1 mm dicke Außenhülle) aus den vier verschiedenen Positionen der Kameras im Testaufbau (siehe oben) betrachtet. Die simulierte Glaskugel befindet sich in der Mitte des in Abbildung 2.5 gezeigten Testaufbaus und wird durch zwei in der gleichen X - Y -Ebene positionierte Punktlichtquellen (Positionen $Y = -1300$ mm und $Y = 1990$ mm) beleuchtet. Hierbei simuliert die Punktlichtquelle bei $Y = -1300$ mm den im Experiment verwendeten Spiegel, der sich gegenüber der Stroboskoplichtquelle befindet. Des weiteren ist die Seifenblase genau auf der Verbindungslinie der beiden Punktlichtquellen positioniert. Somit kann eine Abhängigkeit der Verteilung der Glanzlichter auf der Oberfläche vom Neigungswinkel der Kameras in X -Richtung (siehe Koordinatensystem in Abbildung 2.5) aus Symmetriegründen ausgeschlossen werden. Zudem ist zu beachten, dass die Glaskugel nur ein sehr vereinfachtes Modell der Seifenblase darstellt und somit mögliche Einflüsse beispielsweise durch eine Abweichung der Form der Seifenblase von einer Kugel vernachlässigt werden. Dennoch kann so die Funktionsweise der Volumenselbstkalibrierung beim Auftreten der blickrichtungsabhängigen Position der Glanzlichter verdeutlicht werden.

Abbildung 2.10 zeigt die simulierten Glanzlichter auf der Oberfläche einer Seifenblase aus Sicht von vier Kameras. Wie auch von Biwole *et al.* (2009) und Macháček (2003) gezeigt wurde, bilden sich jeweils mehrere Glanzlichter auf der Oberfläche aus. Diese werden durch Reflexionen des Lichts an der Oberfläche sowie innerhalb der Seifenblasen hervorgerufen. Die Glanzlichter sind

³<http://www.povray.org>

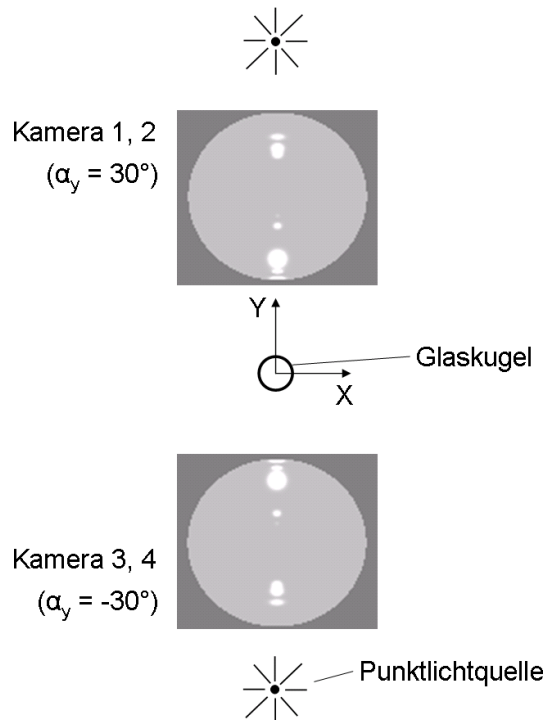


Abbildung 2.10: Simulierte Glanzlichter auf der Außenhülle einer von den vier Kameras des Testaufbaus (siehe oben) aufgenommenen Seifenblase. Die Blickwinkel der Kameras sind in der Abbildung angegeben. α_Y bezeichnet den Neigungswinkel der Kamera in Y -Richtung. Die Seifenblase befindet sich auf der Verbindungslinie zwischen den beiden Punktlichtquellen.

jeweils in einer Linie angeordnet und haben unterschiedliche Helligkeiten und Ausdehnungen. Dabei ist in den Abbildungen keine Symmetrie bei der Verteilung der Glanzlichter um den Mittelpunkt der Seifenblase erkennbar. Die Verteilung der Glanzlichter bei Betrachtung unter verschiedenen Neigungswinkeln in Y -Richtung zeigt jedoch deutliche Variationen.

Am Anfang dieses Abschnitts wurde festgestellt, dass die Verteilung der Glanzlichter auf der Oberfläche einer Seifenblase auf den Kameraaufnahmen als ein mittleres beugungsbegrenztes Bild abgebildet wird (siehe auch Abbildung 2.29(a)). Zudem zeigte die Analyse der Verteilung der Glanzlichter auf der Oberfläche einer Seifenblase (Abbildung 2.10), dass diese nicht symmetrisch bezüglich des Mittelpunkts der Seifenblase verteilt sind. Demzufolge befindet sich eine auf Basis der Intensität berechnete mittlere Position der Glanzlichter auf den Aufnahmen nicht in der projizierten Mitte der Seifenblasen, sondern vielmehr leicht von dieser versetzt. Mit diesen Kenntnissen können nun die mittleren Positionen der Glanzlichter für die in Abbildung 2.10 gezeigten Neigungswinkel abgeschätzt werden. Diese Positionen sind in Abbildung 2.11

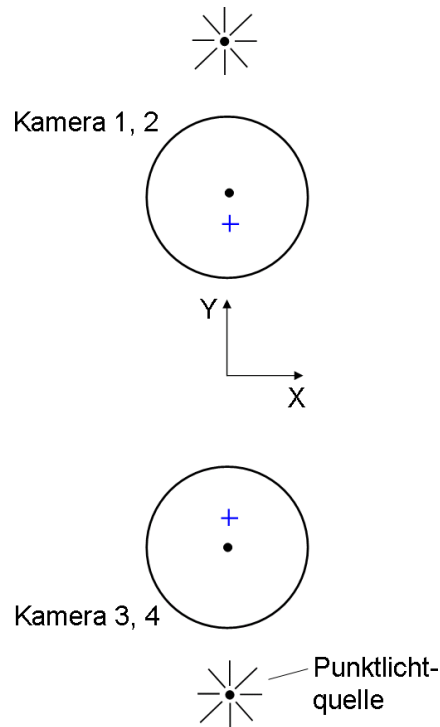


Abbildung 2.11: Mittlere Positionen der Glanzlichter (+) der in Abbildung 2.10 simulierten Seifenblase. • kennzeichnet den Mittelpunkt der Seifenblase.

eingetragen. Es zeigt sich, dass die mittleren Positionen auf den einzelnen Abbildungen gegenüber dem Mittelpunkt der Seifenblase in Y -Richtung verschoben sind.

Wird die Position der Seifenblase im physikalischen Raum nun durch Triangulation der Sichtlinien, die von den mittleren Positionen der Glanzlichter von den einzelnen Kameras ausgehen, berechnet, entsteht ein Fehler. Dies ist auf der linken Seite in Abbildung 2.12 verdeutlicht. Die Abbildung zeigt die beleuchtete Seifenblase und die Kameras des Testaufbaus in der X - Z - und Y - Z -Ebene. Dabei kennzeichnen die blauen Kreuze die von den einzelnen Kameras detektierte mittlere Position der Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblase. Aus der Abbildung geht hervor, dass sich in beiden Ebenen die Sichtlinien der Kameras jeweils schneiden, allerdings stimmen die Z -Positionen dieser Schnittpunkte nicht überein. Daraus folgt, dass im drei-dimensionalen Raum kein gemeinsamer Schnittpunkt der Sichtlinien der vier Kameras existiert. Durch Anwendung der Volumenselbstkalibrierung würde nun die mittlere Position der Glanzlichter auf den jeweiligen Abbildungen auf die Position des Mittelpunkts der Seifenblase verschoben. Dies ist auf der linken Seite in Abbildung 2.12 durch die roten Pfeile angedeutet. Diese Pfeile entsprechen darüber

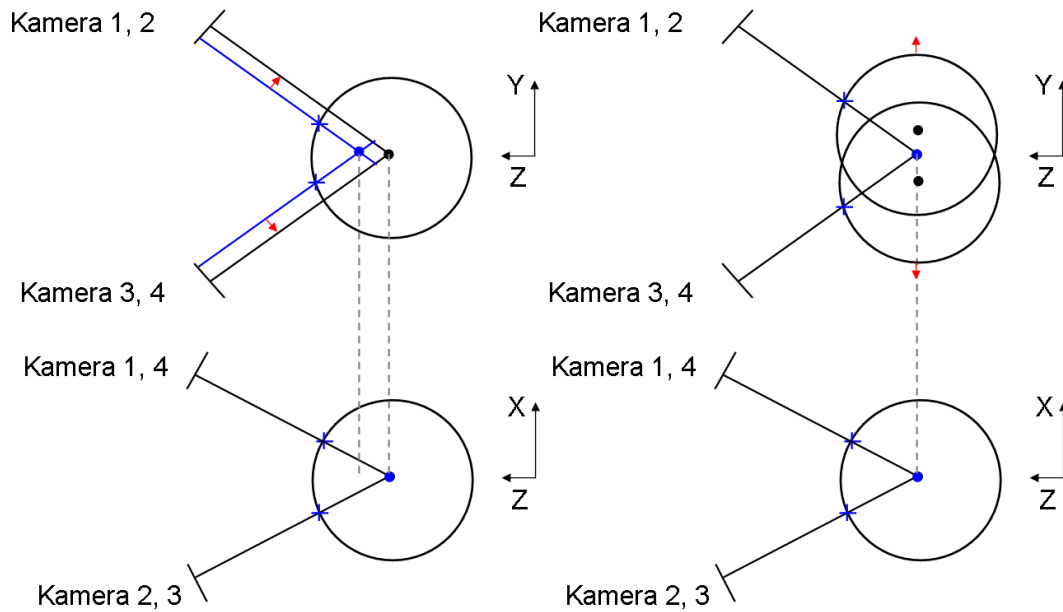


Abbildung 2.12: Links: Veranschaulichung der Entstehung des Triangulationsfehlers durch blickrichtungsabhängige Position der Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblase. Rechts: Verschiebung der aus den verschiedenen Richtungen betrachtete Seifenblase bzw. Messvolumen bei Anwendung der Volumenselbstkalibrierung. (+ – mittlere Position Glanzlichter auf Oberfläche der Seifenblase, • – Mittelpunkt der Seifenblase, • – Schnittpunkte Sichtlinien)

hinaus dem durch die Glanzlichter hervorgerufenen *disparity*-Fehler. Des weiteren kann, wenn der Durchmesser der Seifenblasen und die Seitenlänge eines Voxels berücksichtigt wird, abgeschätzt werden, dass die Pfeile eine maximale Länge von 0,1 bis 0,2 Pixel haben. Mit der Volumenselbstkalibrierung wird dieser Fehler iterativ korrigiert, so dass sich die Sichtlinien im Raum in einem Punkt schneiden. Dies ist auf der rechten Seite von Abbildung 2.12 dargestellt. Aus der Abbildung wird deutlich, dass die aus den verschiedenen Richtungen betrachtete Seifenblase bezüglich der Position der Glanzlichter verschoben werden.

Aus diesen theoretischen Überlegungen kann nun gefolgert werden, dass die Kalibrierung des Messsystems beim Einsatz der Seifenblasen nicht bezüglich der Marker auf der Kalibrierplatte, sondern vielmehr auf Basis der Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblasen erfolgt. Somit kann für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten tomografischen PIV-Messungen die notwendige Kalibriergenauigkeit von mindestens 0,1 Pixel (siehe Abschnitt 2.1) bei Verwendung der Seifenblasen erreicht werden.

2.3 Tomografische Rekonstruktion

Um die drei-dimensionale Intensität in den Messvolumen aus Kameraaufnahmen mit hohen Partikeldichten zu rekonstruieren, werden zurzeit nur die MART und die SMART verwendet (siehe Abschnitt 2.1). Vorwiegend kommt dabei die MART zum Einsatz, weswegen sie als derzeitiger Standardrekonstruktionsalgorithmus angesehen werden kann. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird neben der MART auch die SMART eingesetzt. Im folgenden Abschnitt werden effiziente Implementierungen der beiden Techniken vorgestellt. Darüber hinaus werden die Besonderheiten, die bei der Rekonstruktion kleiner Partikel, durch die optischen Eigenschaften der Seifenblasen und durch die Verwendung der kurzbrennweitigen Kameraobjektive auftreten, diskutiert.

2.3.1 Implementierung der MART

Die iterativ arbeitende MART ist eine algebraische Rekonstruktionstechnik, die auf der sequentiellen Korrektur der Voxelintensität beruht (siehe Elsinga *et al.*, 2006a; Herman & Lent, 1976). Wie in Abbildung 2.13 dargestellt, wird dabei zu Beginn die Matrix E , die die zu rekonstruierende Intensität der Voxel im physikalischen Raum \vec{X} enthält, initialisiert. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden dazu alle Einträge der Matrix Eins gesetzt. Danach wird in jeder Iteration für jeden Pixel i einer Kamera das aktuelle Projektionsintegral A_i (Vorwärtsprojektion in Abbildung 2.13) mit

$$A_i = \sum_{j \in N_i} w_{i,j} \cdot E \left(\vec{X}_j \right)^k \quad (2.10)$$

berechnet. N_i entspricht dabei der Anzahl der Voxel, die zu dem Integral des betrachteten Pixels i beitragen, und $w_{i,j}$ Wichtungsfaktoren, die den Beitrag der Intensität des Voxels j zu diesem Projektionsintegral beschreiben. Im nächsten Schritt wird die Intensität der N_i Voxel mit

$$E \left(\vec{X}_j \right)^{k+1} = E \left(\vec{X}_j \right)^k \cdot \left[\frac{I(\vec{x}_i)}{A_i} \right]^{\mu \cdot w_{i,j}} \quad (2.11)$$

korrigiert, was als Rückwärtsprojektion bezeichnet wird. Nachdem dies für alle Pixel jeder Kameras durchgeführt wurde, werden weitere Iterationen nach dem selben Schema abgearbeitet (siehe Abbildung 2.13).

Die Berechnung der aktuellen Projektionsintegrale in Gleichung 2.10 kann laut Mueller (1998) durch ein sogenanntes *raycasting*- oder *splatting*-Verfahren

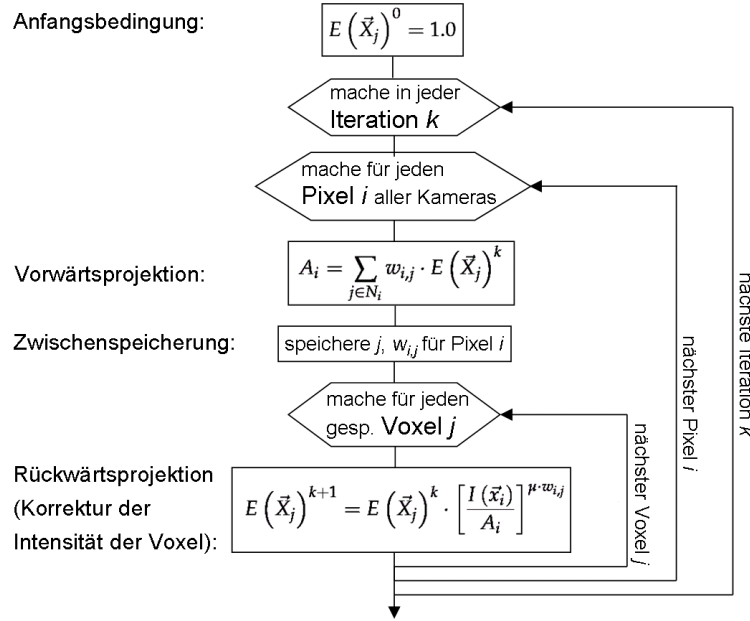


Abbildung 2.13: Iterativer Ablaufplan der MART.

erfolgen. *Splatting* ist dabei gegenüber *raycasting* das genauere und effizientere Verfahren (siehe Mueller, 1998) und wird deshalb auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzt.

Das dem *splatting*-Verfahren zugrunde liegende Konzept ist in Abbildung 2.14 schematisch dargestellt. Ausgehend von der Mitte eines Pixels wird ein Strahl bzw. die Sichtlinie durch das gesamte zu rekonstruierende Messvolumen geführt und der Beitrag der einzelnen Voxel in der Umgebung der Sichtlinie zu dem Projektionsintegral bestimmt, weshalb der Algorithmus auch als Sichtlinien getriebener *splatting*-Algorithmus (engl. *ray-driven splatting algorithm*; Mueller, 1998) bezeichnet wird. Wie bereits erwähnt, beschreiben die Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ den Beitrag eines Voxels j zu dem Projektionsintegral des Pixels i , von dem die Sichtlinie ausgeht. Diese werden hier mit Hilfe kugelsymmetrischer Interpolationsfilter berechnet, die in der Mitte der Voxel positioniert sind, um die drei-dimensionale Verteilung der Intensität im Messvolumen zu interpolieren. Beim *splatting*-Algorithmus entspricht $w_{i,j}$ dann dem Linienintegral entlang der Sichtlinie durch einen dieser Interpolationsfilter (siehe Abbildung 2.14). Das Linienintegral kann dabei mit Hilfe der Abel-Transformation (Bracewell, 1978) des Interpolationsfilters berechnet werden und ist somit nur noch vom kleinsten Abstand zwischen Sichtlinie und Mittelpunkt des Interpolationsfilters (d_{\min} in Abbildung 2.14) abhängig. Im Anhang A wird dies für den in der vorliegenden Arbeit eingesetzten bilinearen Interpolationsfilter gezeigt.

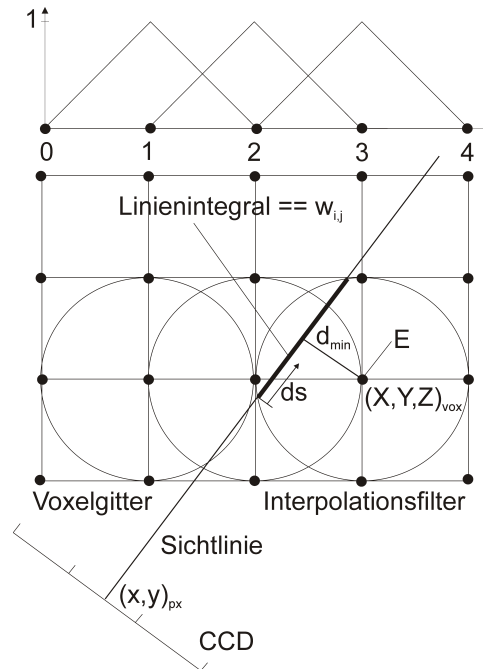


Abbildung 2.14: Funktionsweise des Sichtlinien getriebenen *splatting*-Algorithmus unter Verwendung eines bilinearen Interpolationsfilters.

Des weiteren werden in der Implementierung die Interpolationsfunktionen der einzelnen Voxel wie in Abbildung 2.14 ersichtlich überlappend angeordnet, wobei der Radius der Filterkernel der Seitenlänge der Voxel entspricht.

Im Prinzip gehen z.B. Elsinga *et al.* (2006a) und Atkinson & Soria (2009) ähnlich vor, wobei sich allerdings deren Berechnung der Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ unterscheidet. Bei Elsinga *et al.* (2006a) werden die Wichtungsfaktoren beispielsweise aus dem mit dem Voxelvolumen normierten Schnittvolumen eines Voxels mit einer Sichtlinie, die die Querschnittsfläche eines quadratischen Pixels hat, berechnet. Nach Mueller (1998) entspricht dies der Interpolation der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung mit einem Boxfilter. Zudem erläutert Mueller (1998), dass die Wahl des Interpolationsfilters bzw. der Berechnung der Wichtungskoeffizienten für die Qualität des zu rekonstruierenden Signals wichtig ist. Demzufolge sind höherwertige Interpolationsfilter, wie die hier verwendeten bilinearen Funktionen oder auch Gauß-Funktionen, gegenüber Boxfiltern vorteilhaft. In Abschnitt 2.3.4 wird gezeigt, dass die größere Ausdehnung allerdings einen Einfluss auf die Größe der rekonstruierten Partikel hat.

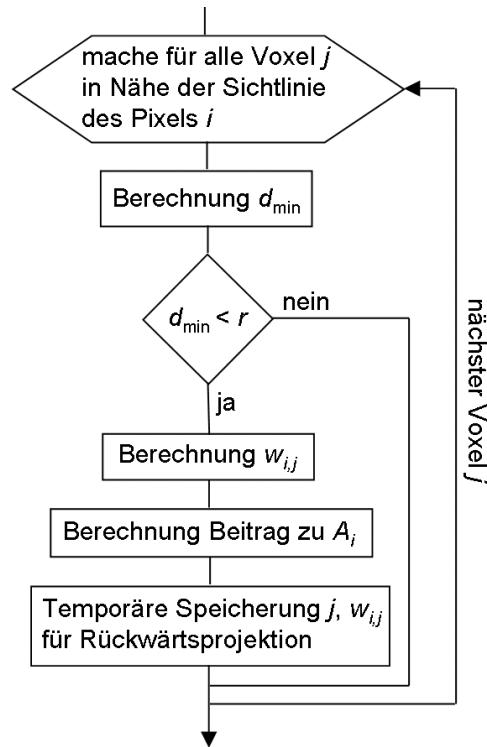


Abbildung 2.15: Ablaufplan der Berechnung des Projektionsintegrals A_i für Pixel i .

Approximation der Kalibrierfunktion als Sichtlinien

Um die Rechenzeit der MART zu verringern, werden im Folgenden zwei neue Ansätze vorgestellt. Dazu werden zunächst die Abläufe einzelner Berechnungsfunktionen detailliert analysiert, um rechenintensive Punkte zu identifizieren.⁴

Der aufwendigste Schritt der MART ist die Berechnung der Projektionsintegrale A_i der Pixel i (Gleichung 2.10). Dabei muss ermittelt werden, welche Voxel zu einem A_i beitragen und wie groß der jeweilige Betrag ist. Dieser Beitrag wird dabei durch die Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ ausgedrückt. Abbildung 2.15 zeigt detailliert, wie die Berechnung des Projektionsintegrals für einen Pixel durchgeführt wird. Um zu testen, ob ein Voxel zu A_i beiträgt, muss der geringste Abstand d_{\min} zwischen der Sichtlinie des Pixels und der Mitte des Voxels berechnet werden. Ist d_{\min} kleiner als der Radius des im *splatting*-Algorithmus verwendeten Interpolationsfilters, der in der Mitte des betrachteten Voxels positioniert ist, ist das Linienintegral entlang der Sichtlinie durch diesen Interpolationsfilter größer als Null (siehe Abbildung 2.14). Folglich hat der Voxel einen

⁴Einen Überblick über die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Methoden zur Verringerung der Rechenzeit sowie weitere aus der Literatur bekannte Methoden, die zusätzlich implementiert wurden, gibt Tabelle 2.2.

Tabelle 2.2: Übersicht zu Methoden zur Verringerung der Rechenzeit der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten MART-Implementierung.

Maßnahme	Rechenzeitersparnis	Speicherbedarf	Quelle
temporäre Speicherung der Wichtungsfaktoren	annähernd Halbierung der Rechenzeit	wenige Kilobyte zusätzlich	Mueller (1998)
Aufstellen von Umkehrfunktionen	45 % Rechenzeitersparnis	wenige Kilobyte zusätzlich, Matrix mit Wichtungsfaktoren muss nicht gespeichert werden	vorliegende Arbeit
lokale Approximation der Umkehrfunktionen	30 % Rechenzeitersparnis	wenige Kilobyte zusätzlich, Matrix mit Wichtungsfaktoren muss nicht gespeichert werden	vorliegende Arbeit
Begrenzung des Bereichs um Sichtlinie bei A_z -Berechnung	Berücksichtigung von 1500 bis 2000 Voxel anstatt 100 Millionen Voxel pro Sichtlinie	kein zusätzlicher Speicherbedarf	Atkinson & Soria (2009, 2007)
Ausschluss von Pixeln und Voxeln nach ersten Iteration bzw. während des gesamten Iterationsprozesses, deren Intensität Null ist	abhängig von Partikellichte und Anzahl der Geisterpartikel, keine Nullte Iteration wie bei Atkinson & Soria und Worth & Nickels	kein zusätzlicher Speicherbedarf	Atkinson & Soria (2009) und Worth & Nickels (2008)

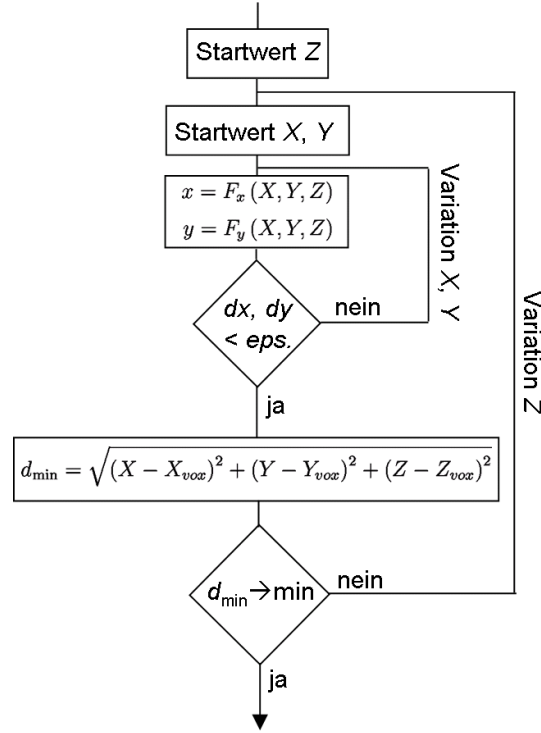


Abbildung 2.16: Ablaufplan der Berechnung des geringsten Abstands d_{\min} zwischen einer Sichtlinie in der Mitte des Pixels i und der Mitte eines Voxels j .

Beitrag zu A_i und der Wichtungsfaktor $w_{i,j}$ kann mit Gleichung A.3 berechnet werden. Analog werden alle Voxel geprüft. Für den Fall, dass d_{\min} größer oder gleich dem Radius des Interpolationsfilters ist, wird die Berechnung von $w_{i,j}$ nicht durchgeführt, da der Voxel keinen Beitrag zu A_i hat und mit der Prüfung des nächsten Voxels begonnen.

Der Ablaufplan dieser Berechnung (Abbildung 2.15) zeigt, dass die Funktion zur Berechnung des geringsten Abstands d_{\min} zwischen der Mitte eines Voxels \vec{X}_{vox} und einer Sichtlinie in der Mitte eines Pixels i (Position \vec{x}) am häufigsten aufgerufen wird. Diese Berechnung ist sehr rechenintensiv, da sie unter Verwendung der Kalibrierfunktion $\vec{x} = \vec{F}(\vec{X})$ (Gleichung 2.6 und 2.7) iterativ durchgeführt werden muss. Um zu analysieren, wie der Rechenaufwand der Funktion verringert werden kann, ist in Abbildung 2.16 der Ablaufplan der iterativen d_{\min} -Berechnung dargestellt. Dabei wird iterativ die Z -Position des Punkts auf der Sichtlinie variiert, bis der Abstand zu \vec{X}_{vox} minimal ist. Zur Berechnung von d_{\min} mit

$$d_{\min} = \sqrt{(X - X_{vox})^2 + (Y - Y_{vox})^2 + (Z - Z_{vox})^2} \quad (2.12)$$

muss neben der Z -Position des Punkts auch seine X - und Y -Position bekannt

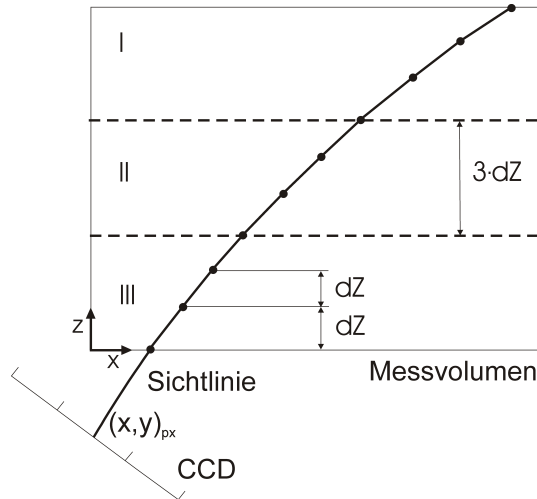


Abbildung 2.17: Approximation der Kalibrierfunktion als Sichtlinie basierend auf drei Polynomen dritter Ordnung. I, II und III stellen die Bereiche der drei Polynome dar. dZ ist der Abstand zwischen iterativ bestimmten Punkten zur Ermittlung der Polynomkoeffizienten.

sein. Letztere können allerdings nur durch iteratives Lösen der Kalibrierfunktion (Gleichung 2.6 und 2.7) bestimmt werden. Die d_{\min} -Berechnung erfolgt demzufolge in zwei geschachtelten Schleifen, was äußerst rechenintensiv ist.

Zur Verringerung der Rechenzeit der MART werden bei Atkinson & Soria (2009) und Worth & Nickels (2008) alle Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$, die hier aus d_{\min} berechnet werden (siehe Abbildung 2.15), zu Beginn im Arbeitsspeicher des Computers gespeichert. Da die Matrix der Wichtungsfaktoren mehrere 10 GB groß ist, ist diese Variante für Computer mit einem kleinen Arbeitsspeicher nicht praktikabel. Eine andere Möglichkeit zur Verringerung der Rechenzeit, für die deutlich weniger Arbeitsspeicher benötigt wird, ist die Optimierung der d_{\min} - und somit $w_{i,j}$ -Berechnung, indem beispielsweise die ineinander geschachtelten Schleifen vermieden werden.

Die ineinander geschachtelten Schleifen können durch Einführung einer Umkehrfunktion $\vec{X} = \vec{G}(\vec{x}, Z)$ der Kalibrierfunktion (Gleichung 2.6 und 2.7) vermieden werden. Somit müssen die X - und Y -Positionen der betrachteten Punkte auf der Sichtlinie nicht mehr iterativ ermittelt werden. Stattdessen lässt sich die Berechnung von d_{\min} als ein einfaches Optimierungsproblem formulieren. Für seine Lösung muss Gleichung 2.12 nach Z abgeleitet und Null gesetzt werden. Dabei werden für X und Y die Umkehrfunktionen eingesetzt. Die Lösung des Ausdrucks ergibt die Z -Position auf der Sichtlinie, für die der Abstand zu dem betrachteten Voxel minimal ist. Sofern die Umkehrfunktionen durch

Funktionen höherer Ordnung beschrieben werden, muss der Ausdruck mittels des Newton-Verfahrens allerdings iterativ gelöst werden.

Eine solche Umkehrfunktion kann für das gesamte Volumen durch eine Funktion ähnlich der Kalibrierfunktion (Gleichung 2.6 und 2.7) oder durch die Approximation der Sichtlinie in der Mitte jedes einzelnen Pixels bereit gestellt werden. Die zweite Variante ist genauer, da sie für einen wesentlich kleineren Bereich und mit einer höheren Anzahl an Stützstellen durchgeführt wird. Aus diesem Grund wird sie in der vorliegenden Arbeit umgesetzt. Grundlage der hier entwickelten Methode ist die Approximation einzelner Sichtlinien durch segmentweise definierte Polynome. Die sich dabei ergebenden Funktionen, welche für Pixel i an der Bildposition \vec{x} anwendbar sind, haben die allgemeine Form

$$\vec{X} = \vec{G}^n(\vec{x}, Z) \approx \vec{G}(\vec{x}, Z) \quad (2.13)$$

Dabei sind $\vec{G}^n(\vec{x}, Z) = [G_X^n(\vec{x}, Z), G_Y^n(\vec{x}, Z)]$ Polynome n -ten Grades und $G_X^n(\vec{x}, Z)$ und $G_Y^n(\vec{x}, Z)$ beschreiben den Verlauf der Sichtlinie in X - bzw. Y -Richtung. In Abbildung 2.17 ist das zugrunde liegende Konzept an Hand der Approximation einer Sichtlinie durch drei Polynome dritten Grades verdeutlicht. Hierfür wird das Messvolumen in Z -Richtung in drei gleich große Bereiche unterteilt. Für jeden Bereich wird ein Polynom n -ten Grades (hier dritten Grades) aufgestellt, was die Bestimmung der Koeffizienten der Polynome beinhaltet. Für dieses Beispiel müssen dazu die X - und Y -Komponente von zehn Punkten im Raum durch iteratives Lösen von Gleichung 2.6 und 2.7 berechnet werden, wofür die Position des Pixels \vec{x} sowie die Z -Position der Punkte im Raum verwendet wird. Da die Korrektur der Intensität der Voxel mit der MART pixelweise durchgeführt wird, ist diese Methode sehr effizient. Mit der Approximation einer Sichtlinie kann nämlich eine große Anzahl an Berechnungen durchgeführt werden (Vorwärts- und Rückwärtsprojektion, siehe Abbildung 2.13), bevor die Sichtlinie, die vom nächsten Pixel ausgeht, approximiert wird. Dabei werden die Koeffizienten der Polynome eines Pixels während der Berechnungen temporär gespeichert, wodurch der zusätzliche Speicherbedarf nur wenige Kilobyte beträgt.

Zur Minimierung der Anzahl der iterativ zu berechnenden X - und Y -Positionen werden Stützstellen auf der Grenze zwischen zwei Segmenten gelegt, die dann zur Bestimmung der Polynomkoeffizienten von benachbarten Polynomen eingesetzt werden (siehe Abbildung 2.17). Somit ergibt sich für das Beispiel (Polynome dritten Grades, Unterteilung in drei Segmente) für G_X^3 und G_Y^3 , die

X - bzw. Y -Komponente des Polynoms von Pixel \vec{x} :

$$G_X^3 = \begin{cases} b_{X0}(\vec{x}) + b_{X1}(\vec{x})Z + b_{X2}(\vec{x})Z^2 + b_{X3}(\vec{x})Z^3 & : Z \in A \\ b_{X4}(\vec{x}) + b_{X5}(\vec{x})Z + b_{X6}(\vec{x})Z^2 + b_{X7}(\vec{x})Z^3 & : Z \in B \\ b_{X8}(\vec{x}) + b_{X9}(\vec{x})Z + b_{X10}(\vec{x})Z^2 + b_{X11}(\vec{x})Z^3 & : Z \in C \end{cases} \quad (2.14)$$

$$G_Y^3 = \begin{cases} b_{Y0}(\vec{x}) + b_{Y1}(\vec{x})Z + b_{Y2}(\vec{x})Z^2 + b_{Y3}(\vec{x})Z^3 & : Z \in A \\ b_{Y4}(\vec{x}) + b_{Y5}(\vec{x})Z + b_{Y6}(\vec{x})Z^2 + b_{Y7}(\vec{x})Z^3 & : Z \in B \\ b_{Y8}(\vec{x}) + b_{Y9}(\vec{x})Z + b_{Y10}(\vec{x})Z^2 + b_{Y11}(\vec{x})Z^3 & : Z \in C \end{cases} \quad (2.15)$$

mit den Intervallen

$$\begin{aligned} A &= \{Z_0 \geq Z \leq Z_0 + 3dZ\} \\ B &= \{Z_0 + 3dZ > Z \leq Z_0 + 6dZ\} \\ C &= \{Z_0 + 6dZ > Z \leq Z_0 + 9dZ\} \end{aligned}$$

Dabei sind $b_{X0}, b_{X1}, \dots, b_{X11}$ und $b_{Y0}, b_{Y1}, \dots, b_{Y11}$ die Polynomkoeffizienten der Polynome in X - bzw. Y -Richtung, Z die Z -Position des Punktes im Raum, Z_0 die Z -Position des vordersten Punktes im Messvolumen und dZ der Abstand zwischen den zehn Punkten in Z -Richtung, die zur Ermittlung der Polynomkoeffizienten benötigt werden.

Um zu prüfen, welche Kombination aus Polynomgrad und Segmentanzahl eine möglichst genaue und effiziente Approximation der Sichtlinien ermöglicht, wurden verschiedene Kombinationen getestet. Hierfür werden Polynome ersten bis dritten Grades und die Unterteilung in ein, zwei oder drei Segmente (siehe erste und zweite Spalte in Tabelle 2.3) berücksichtigt. Die Genauigkeit wird jeweils durch Berechnung der Abweichung der vorgestellten Annäherung von den mit der Kalibrierfunktion (Gleichung 2.6 und 2.7) iterativ berechneten X - und Y -Werten an verschiedenen Z -Positionen bestimmt. Dazu werden die im Abschnitt 2.2 vorgestellten Messwerte verwendet. Bei der Auswertung werden die Sichtlinien mit 350 gleichmäßig in Z -Richtung verteilten Punkten diskretisiert, wobei nur die Punkte einbezogen werden, die sich innerhalb des Messvolumens befinden. Für jede Sichtlinie wird so die maximale Abweichung und der RMS-Wert der Abweichung berechnet und mit der Seitenlänge der Voxel von 0,69 mm (siehe Abschnitt 2.3.7) dimensionslos gemacht.

Exemplarisch ist in Abbildung 2.18 für alle Pixel von Kamera 1 die maximale Abweichung und der RMS-Wert der Abweichung bei Approximation der Sichtlinien durch drei Polynome dritten Grades dargestellt. Die Verteilung ist kontinuierlich, wobei die größten Werte der Größenordnung 6×10^{-5} an der oberen linken Ecke des projizierten Messvolumens auftreten. Dieses Gebiet gehört

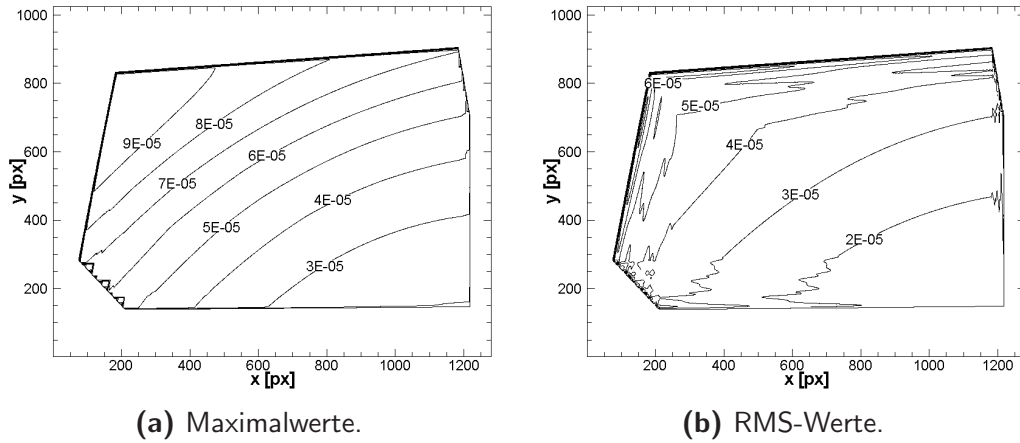


Abbildung 2.18: Beträge der Maximalwerte und RMS-Werte der Abweichung bei Approximation der Kalibrierfunktion als Sichtlinie für Kamera 1. Die Sichtlinien werden durch drei Polynome dritter Ordnung beschrieben. Die Werte sind mit der Seitenlänge der Voxel, 0,69 mm, dimensionslos gemacht.

zu den Bereichen im Messvolumen, die am weitesten von dem CCD-Sensor der Kamera entfernt sind. Die Verteilung der RMS-Werte der Abweichung (siehe Abbildung 2.18(b)) verläuft sehr ähnlich und weist Werte auf, die mit der maximalen Abweichung vergleichbar sind.

Um die Ergebnisse für verschiedene Polynomgrade und Anzahl an Segmenten zu vergleichen, wurde jeweils der maximale Werte und der maximale RMS-Werte der Abweichungen für alle Pixel von Kamera 1 berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2.3 zusammengefasst. Es ist ersichtlich, dass die Annäherungen durch Polynome geringeren Grades und weniger Segmente ungenauer ist, da die Abweichungen für sie größer sind. Bei der Annäherung der Sichtlinien durch beispielsweise zwei Geraden beträgt der Maximalwert und der maximale RMS-Wert der Abweichungen etwa 10^{-1} . Bei Erhöhung des Polynomgrades und der Anzahl der Segmente verringert sich die Abweichung erheblich. Insgesamt zeigt sich, dass zur Begrenzung der Abweichungen (Maximalwerte und RMS-Werte) auf etwa 10^{-5} , die Sichtlinien durch drei Polynome dritten Grades angenähert werden müssen. Diese sehr geringe Abweichung kann vernachlässigt werden. Demzufolge werden die Sichtlinien im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit durch drei Polynome dritten Grades approximiert.

Durch die oben beschriebene Maßnahme konnte der Rechenzeitbedarf der MART stark gesenkt werden. Im Vergleich zur iterativen Ermittlung des geringsten Abstands d_{\min} mittels zwei geschachtelter Schleifen (siehe Abbildung 2.16), konnte die Rechenzeit für ein Messvolumen der Größe $160 \times 160 \times 22$ Voxel

Tabelle 2.3: Maximaler Fehler und maximaler RMS-Wert der Abweichung bei Approximation der Kalibrierfunktion als Sichtlinie. Die Sichtlinien werden durch Polynome verschiedener Ordnung und Anzahl an Segmenten beschrieben. Die Werte sind mit der Seitenlänge der Voxel, 0,69 mm, dimensionslos gemacht.

Grad n der Polynome	Anzahl Polynome	Kamera	Maximalwerte				maximale RMS-Werte			
			$dX [-]$	$dY [-]$	Betrag $[-]$	$dX [-]$	$dY [-]$	Betrag $[-]$		
1	2	1	$4,15 \times 10^{-1}$	$3,18 \times 10^{-1}$	$5,23 \times 10^{-1}$	$2,42 \times 10^{-1}$	$1,79 \times 10^{-1}$	$2,77 \times 10^{-1}$		
1	3	1	$1,86 \times 10^{-1}$	$1,45 \times 10^{-1}$	$2,36 \times 10^{-1}$	$1,16 \times 10^{-1}$	$8,94 \times 10^{-2}$	$1,27 \times 10^{-1}$		
2	2	1	$3,21 \times 10^{-2}$	$2,79 \times 10^{-2}$	$4,25 \times 10^{-2}$	$2,55 \times 10^{-2}$	$2,23 \times 10^{-2}$	$3,37 \times 10^{-2}$		
2	3	1	$9,44 \times 10^{-3}$	$8,19 \times 10^{-3}$	$1,25 \times 10^{-2}$	$7,52 \times 10^{-3}$	$6,51 \times 10^{-3}$	$9,95 \times 10^{-3}$		
3	1	1	$6,45 \times 10^{-3}$	$5,63 \times 10^{-3}$	$7,54 \times 10^{-3}$	$5,98 \times 10^{-3}$	$5,60 \times 10^{-3}$	$6,36 \times 10^{-3}$		
3	2	1	$4,51 \times 10^{-4}$	$4,00 \times 10^{-4}$	$5,49 \times 10^{-4}$	$3,78 \times 10^{-4}$	$3,96 \times 10^{-4}$	$4,46 \times 10^{-4}$		
3	3	1	$9,24 \times 10^{-5}$	$8,21 \times 10^{-5}$	$1,14 \times 10^{-4}$	$7,48 \times 10^{-5}$	$7,89 \times 10^{-5}$	$9,26 \times 10^{-5}$		
3	3	2	$5,13 \times 10^{-5}$	$9,52 \times 10^{-5}$	$9,85 \times 10^{-5}$	$5,10 \times 10^{-5}$	$7,97 \times 10^{-5}$	$9,46 \times 10^{-5}$		
3	3	3	$1,32 \times 10^{-4}$	$1,02 \times 10^{-4}$	$1,67 \times 10^{-4}$	$1,07 \times 10^{-4}$	$8,23 \times 10^{-5}$	$1,35 \times 10^{-4}$		
3	3	4	$1,06 \times 10^{-5}$	$6,46 \times 10^{-5}$	$1,24 \times 10^{-4}$	$8,62 \times 10^{-5}$	$5,19 \times 10^{-5}$	$1,01 \times 10^{-4}$		

um 45 % verringert werden. Bei dickeren Volumen erhöht sich die Rechenzeiterparnis, da die Anzahl der Voxel, die zu der Vorwärtsprojektion eines Pixels und anschließenden Rückwärtsprojektion beitragen, steigt und somit das Verhältnis von iterativen Berechnungen (iterative Berechnung von zehn X - und Y -Positionen) zu nicht iterativen Berechnungen sinkt.

Es sei darauf hingewiesen, dass die höhere Genauigkeit bei der Approximation der Sichtlinien mittels Polynomen höherer Ordnung auf eine Krümmung der Sichtlinien hinweist, die bei konstantem Brechungsindex im physikalischen Raum, wie bei dem durchgeführten Experiment, unphysikalisch ist. Wie aus Tabelle 2.3 hervorgeht, ist die Krümmung der Sichtlinien mit Werten kleiner als 0,5 Pixel über die gesamte Tiefe des Messvolumens allerdings sehr gering. Da die Krümmung insbesondere an den Kanten des Messvolumens auftritt, wird vermutet, dass die Krümmung beim Aufstellen der Abbildungsfunktionen (Gleichung 2.6 und 2.7) künstlich erzeugt wird. Dies kann wie folgt erklärt werden: Die Kalibrierfehler steigen für Punkte außerhalb des Messvolumens an. Solche Punkte werden allerdings zur Approximation der Sichtlinien an einigen Rändern des Messvolumens (in Abhängigkeit u.a. von der Orientierung und Abstand der Kamera zum Messvolumen) benötigt. Dies führt dann vermutlich zur Krümmung der Sichtlinien auch in dem kalibriertem Volumen. Abschließend sei angemerkt, dass die Approximation der Sichtlinien durch Polynome höherer Ordnung nötig ist, damit der in Abschnitt 2.2.3 untersuchte Triangulationsfehler auf die nötigen Werte reduziert werden kann. Eine Möglichkeit zur Vermeidung der gekrümmten Sichtlinien ist die Kalibrierung der Bereiche außerhalb des Messvolumens durch Verwendung einer diese Bereiche abdeckenden Kalibrierplatte.

Werden die Wichtungsfaktoren, wie hier vorgestellt, erst während der Berechnung eines Projektionsintegrals A_i des Pixels i (Abbildung 2.15) bestimmt, kann der Rechenzeitbedarf des weiteren durch einen sehr effizienten Schritt annähernd halbiert werden. Dabei werden die N_i Indizes der Voxel j und deren Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$, die zu A_i beitragen, wie aus Abbildung 2.13 und 2.15 ersichtlich, temporär zwischen Vorwärts- und Rückwärtsprojektion gespeichert (Mueller, 1998). Diese Vorgehensweise ist sehr effizient, da die gespeicherten Werte für beide Schritte benötigt werden und dafür nur ein sehr geringer Mehrbedarf an Speicherplatz von wenigen Kilobyte erforderlich ist.

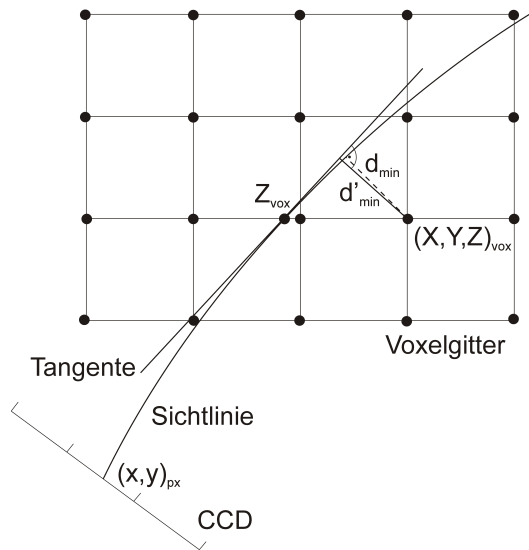


Abbildung 2.19: Lokale Approximation einer Sichtlinie durch Tangente an der Position Z_{vox} .

Lokale Approximation der Sichtlinien durch Tangenten

Mit der im letzten Unterabschnitt vorgestellten Methode wurde die hohe Anzahl an iterativen Berechnungen bei der Ermittlung des geringsten Abstands d_{min} zwischen einer Sichtlinie und der Mitte eines Voxels bereits stark verringert. Dabei konnte die Abstandsermittlung auf ein generelles Optimierungsproblem zurückgeführt werden, dessen Lösung die Z -Position des Punktes auf der Sichtlinie ist, für den der Abstand minimal ist. Bedingt durch die Verwendung von Polynomen dritter Ordnung zur Approximation der Sichtlinien ist die zu lösende Gleichung des Optimierungsproblems nicht linear und erfordert deswegen eine zeitaufwendige iterative Lösung. Wenn die Sichtlinie nun lokal durch ihre Tangente approximiert wird, kann das Optimierungsproblem jedoch direkt, d.h. analytisch, gelöst werden und der Rechenzeitbedarf der MART weiter verringert werden. Die Genauigkeit dieses Ansatzes soll im Folgenden analysiert werden.

In Abbildung 2.19 ist die Grundidee des Ansatzes schematisch dargestellt. Eine Sichtlinie wird lokal durch ihre Tangente am Punkt Z_{vox} , welches die Z -Komponente des Voxels ist, für den $w_{i,j}$ ermittelt werden soll, angenähert. Der Wichtungsfaktor $w_{i,j}$ wird nun aus dem geringsten Abstand d'_{min} zwischen der Tangente und der Voxelmitte berechnet. Die zum Aufstellen der Tangente benötigte X - und Y -Position auf der Sichtlinie und ihr Anstieg wird dabei aus den Polynomfunktionen in Gleichung 2.14 und 2.15 bestimmt.

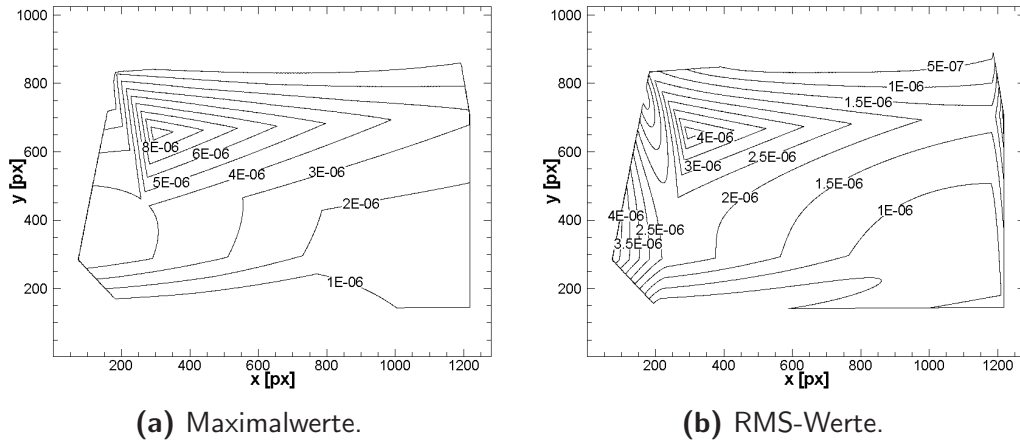


Abbildung 2.20: Beträge der Maximalwerte und RMS-Werte der Abweichung bei lokaler Approximation der Sichtlinien durch Tangenten für Kamera 1, wenn der Abstand zwischen Sichtlinie und Voxel in X - und Y -Richtung jeweils 0,51 beträgt. Die Werte sind mit der Seitenlänge der Voxel, 0,69 mm, dimensionslos gemacht.

Zur Untersuchung der Genauigkeit der Methode wird die Abweichung des geringsten Abstands d'_{\min} zu dem iterativ berechneten Abstand d_{\min} unter Verwendung der im letzten Abschnitt eingeführten Methode ermittelt. Dazu werden wieder die Messdaten der im Abschnitt 2.2 vorgestellten Messung verwendet. Die Abweichungen werden für alle Sichtlinien der Pixel einer Kamera an 350 gleichmäßig in Z -Richtung verteilter Z -Positionen berechnet, wofür an jeder Z -Position innerhalb des Messvolumens drei künstliche Voxelpositionen mit in X - und Y -Richtung unterschiedlichen Entfernungen zur Sichtlinie definiert werden (siehe Tabelle 2.4, zweite und dritte Spalte). Für jede Sichtlinie und jede der drei Entfernungen wird die maximale Abweichung und der RMS-Wert der Abweichungen berechnet, die zudem mit der Seitenlänge eines Voxels dimensionslos gemacht werden. Die Seitenlänge der Voxel beträgt dabei 0,69 mm (siehe Abschnitt 2.3.7).

Abbildung 2.20 gibt einen Überblick über die Verteilung der maximalen Abweichungen und der RMS-Werte aller Pixel von Kamera 1, für den Fall, dass die Entfernung der Z -Positionen einer Sichtlinie zu den künstlichen Voxeln in X - und Y -Richtung jeweils 0,51 beträgt. Es ist zu erkennen, dass die Unterschiede zwischen d'_{\min} und d_{\min} Werte in der Größenordnung 10^{-6} annehmen und dass die höchsten Abweichungen in der obersten linken Ecke des projizierten Volumens auftreten. Dieser Bereich wird der Position im physikalischen Raum zugeordnet, der von dem CCD-Sensor der Kamera am weitesten entfernt ist.

Die für verschiedene Abstände zwischen den Sichtlinien und den künstlichen

Tabelle 2.4: Betrag der maximalen Abweichung und des maximalen RMS-Werts der Abweichung bei Approximation der Sichtlinien durch Tangenten. Die Werte sind mit der Seitenlänge der Voxel, 0,69 mm, dimensionslos gemacht.

Kamera	$dX [-]$	$dY [-]$	$\max [-]$	$\max RMS [-]$
1	0,07	0,07	$1,97 \times 10^{-7}$	$9,94 \times 10^{-8}$
1	0,29	0,29	$3,15 \times 10^{-6}$	$1,59 \times 10^{-6}$
1	0,51	0,51	$9,65 \times 10^{-6}$	$4,87 \times 10^{-6}$
2	0,51	0,51	$1,18 \times 10^{-6}$	$1,03 \times 10^{-6}$
3	0,51	0,51	$8,31 \times 10^{-6}$	$5,01 \times 10^{-6}$
4	0,51	0,51	$2,41 \times 10^{-6}$	$2,12 \times 10^{-6}$

Voxeln ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle 2.4 zusammengefasst. Angegeben sind die Maximalwerte und die jeweiligen maximalen RMS-Werte des gesamten Messvolumens. Alle Werte sind kleiner als 10^{-5} , obwohl bei größeren Abständen ein leichter Anstieg zu erkennen ist. Da die Werte sehr klein sind, wird gefolgert, dass die lokale Approximation der Sichtlinie durch ihre Tangente sehr genau ist und nur einen vernachlässigbaren Fehler verursacht. Dennoch führt die Implementierung der Methode für das zuvor betrachtete Messvolumen der Größe $160 \times 160 \times 22$ Voxel zu einer zusätzlichen Verringerung der Rechenzeit von 30 % im Vergleich zu der im letzten Abschnitt diskutierten Methode.

Weitere Optimierungen

Aus den oben geführten Diskussionen geht hervor, dass nur Voxel in der unmittelbaren Umgebung einer Sichtlinie einen Beitrag zu dem Projektionsintegrale A_i (Gleichung 2.10) liefern können, d.h. wenn der geringste Abstand des Voxels zu der Sichtlinie kleiner als der Radius der verwendeten Interpolationsfilter ist (siehe Abbildung 2.15). Eine weitere Verringerung der Rechenzeit des Algorithmus kann somit erreicht werden, indem nur Voxel in der unmittelbaren Umgebung einer Sichtlinie getestet werden, ob sie einen Beitrag zu A_i liefern. Diese Vorgehensweise ist in Abbildung 2.21 veranschaulicht und wurde ursprünglich von Atkinson & Soria (2009, 2007) zum Aufstellen der Matrix mit den Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ (die sie dann im Arbeitsspeicher ablegen) vorgeschlagen. Bei der hier implementierten Methode ist diese Umgebung in jeder X - Y -Ebene des Messvolumens als Kreis mit dem Radius r_{\max} definiert (blauer Bereich in Abbildung 2.21). Diese kann wiederum sehr einfach mit den aufgestellten Umkehrfunktionen ermittelt werden. Durch diese Eingrenzung müssen die aufwendigen Berechnungen, die für den Test eines Voxels nötig sind (siehe

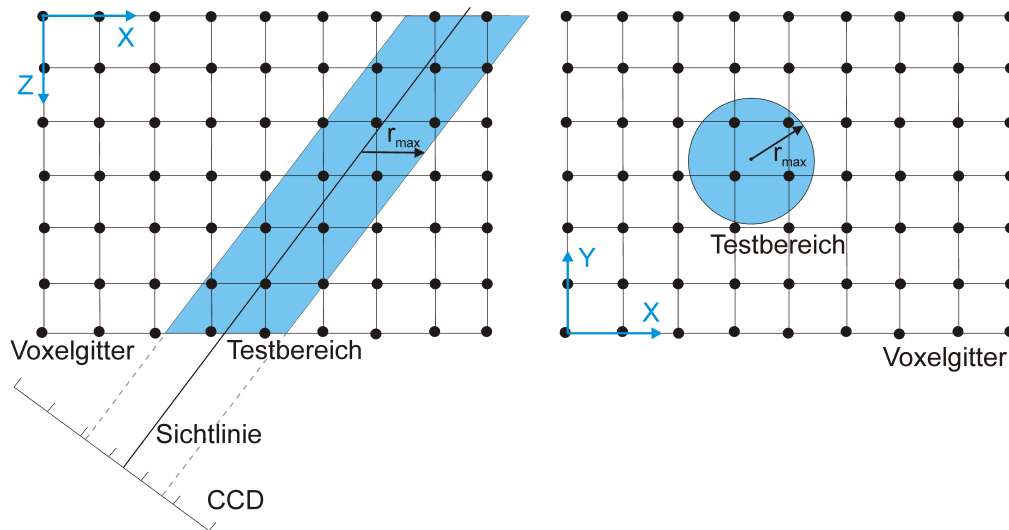


Abbildung 2.21: Bereich um Sichtlinie des Pixels i . Die Voxel, die innerhalb dieses Bereichs liegen, werden während der Vorwärtsprojektion getestet, ob sie einen Beitrag zum Projektionsintegral A_i haben. Die linke Abbildung zeigt einen Schnitt in der X - Z -Ebene durch das Messvolumen und in der rechten Abbildung ist das Messvolumen in der X - Y -Ebene dargestellt.

Abbildung 2.15 und 2.16), somit nicht für alle Voxel durchgeführt werden. Für die in Kapitel 3 diskutierten Messungen werden pro A_i bzw. pro Pixel nur noch 1500 bis 2000 Voxel anstatt 100 Millionen Voxel getestet. Es wird folglich ein erheblicher Anteil Rechenzeit eingespart.

Des weiteren werden nach der ersten Iteration bzw. während des gesamten Rekonstruktionsprozesses nur Berechnungen für Pixel bzw. mit Voxeln durchgeführt, deren Intensitätswert größer als Null ist. Dies führt zu einer weiteren Verringerung des Rechenzeitbedarfs. Einerseits setzen Pixel, deren Intensität Null ist, in der ersten Iteration die Intensität aller Voxel, die es beeinflusst Null. Hervorgerufen wird dies durch den multiplikativen Ansatz der MART. Weitere Iterationen führen dabei zu keiner weiteren Änderung der zu Null gesetzten Intensität dieser Voxel. Demzufolge müssen die Berechnungen für einen Pixel bzw. die Sichtlinie eines Pixels mit der Intensität Null nach der ersten Iteration nicht mehr durchgeführt werden. Des weiteren müssen Voxel, deren Intensität im Laufe der ersten Iteration Null geworden ist, nicht mehr bei der Vorwärts- und Rückwärtsprojektion berücksichtigt werden, da ihre Intensität zum einen keinen Beitrag mehr zu der Vorwärtsprojektion liefert und sich ihre Intensität bei der Rückprojektion nicht mehr ändert. Somit kann zusätzliche Rechenzeit eingespart werden.

Diese Methode wurde ursprünglich von Atkinson & Soria (2009) und Worth

& Nickels (2008) vorgeschlagen. Sie entwickelten Methoden mit denen algebraische Rekonstruktionsalgorithmen der tomografischen PIV durch bessere Startwerte beschleunigt werden können. Im Gegensatz zu der hier entwickelten Implementierung führen sie eine nullte Iteration durch, in der die Voxel identifiziert werden, deren Intensitätswert größer als Null oder größer als ein Grenzwert ist und somit mit einem iterativen Rekonstruktionsalgorithmus verbessert werden kann. Die Identifikation erfolgt dabei beispielsweise durch Multiplizieren der Pixelintensitäten sich schneidender Sichtlinien. Die Methode wird von den Autoren als MLOS (engl. *multiplicative line-of-sight*) oder MFG (engl. *multiplicative first guess*) bezeichnet. Diese Vorgehensweise, egal ob die Voxel und Pixel in einer nullten Iteration oder während des eigentlichen Rekonstruktionsprozesses identifiziert werden, ist sehr effizient. Dies lässt sich durch die Filterung der Partikelbilder vor der Rekonstruktion, wie es im Allgemeinen bei einer tomografischen PIV-Auswertung üblich ist (siehe Abschnitt 2.3.6), erklären. Sie bewirkt, dass die Hintergrundintensität der Aufnahmen Null gesetzt wird und somit die oben beschriebenen Maßnahmen angewendet werden können. Die Effizienz ist dabei allerdings von der Partikeldichte und der Anzahl der Geisterpartikel abhängig. Zur Beurteilung der Effizienz wird auf die Arbeiten von Atkinson & Soria (2009) und Worth & Nickels (2008) verwiesen.

Im Gegensatz zu Atkinson & Soria (2009) und Worth & Nickels (2008) wird in der hier entwickelten Implementierung keine nullte Iteration durchgeführt. Vielmehr werden im Verlauf der ersten Iteration die Voxel markiert, die nicht weiter iteriert werden müssen. Somit wird bereits während des Identifikationsprozesses (entspricht der nullten Iteration von Atkinson & Soria, 2009; Worth & Nickels, 2008) eine erste Iteration der MART durchgeführt.

Rechenzeitbedarf

Zur Beurteilung der Effizienz der vorgestellten MART-Implementierung wird deren Rechenzeit im Folgenden mit Angaben aus der Literatur verglichen.⁵ Mit der hier vorgestellten MART-Variante werden für die Rekonstruktion der Intensitätsverteilung eines einzelnen Messvolumens etwa 17 Minuten benötigt. Dabei wurden Berechnungen auf einem Kern eines mit zwei Intel Xeon *quad-core* Prozessoren mit 2,66 GHz ausgestatteten Arbeitsplatzcomputers durchgeführt und die Intensitätsverteilung in einem $999 \times 600 \times 220$ Voxel großem Mess-

⁵Die in diesem Unterabschnitt aufgeführten Daten aus der Literatur sind in Tabelle 2.5 zusammengefasst.

Tabelle 2.5: Übersicht zum Rechenzeitbedarf verschiedener MART-Implementierungen. Rechenzeiten wurden jeweils auf einem Arbeitsplatz-computer ermittelt, wozu ein Prozessorkern verwendet wurde, sofern nicht anders angegeben.

Experimentatoren	Parameter der Rekonstruktion	Rechenzeitbedarf	Bemerkungen
Autor der vorliegenden Arbeit	999 × 600 × 220 Voxel (Größe Messvolumen), 0,03 ppp, 4 Aufnahmen, 5 Iterationen	17 Minuten pro Messvolumen (0,8 s/100000 Voxel)	
Worth & Nickels (2008)	500 × 500 × 150 Voxel, 0,05 ppp, 4 Aufnahmen, 5 Iterationen	45 Minuten pro Messvolumen (7,2 s/100000 Voxel)	Speicherung der Matrix mit den Wichtungskoeffizienten, synthetische Daten
Atkinson & Soria (2009)	1000 × 1000 × 160 Voxel, 0,01 ppp, 4 Aufnahmen, 5 Iterationen	145,7 Minuten pro Messvolumenpaar (2,7 s/100000 Voxel)	Speicherung der Matrix mit den Wichtungskoeffizienten
Ortiz-Dueñas <i>et al.</i> (2010)	1040 × 1008 × 160 Voxel, 0,05 ppp, 4 Aufnahmen	22 Minuten pro Messvolumenpaar (inklusive Zeit für Selbstkalibrier. und Standardkreuzkorr., 0,4 s/100000 Voxel)	8 Prozessorkerne, kommerzielle Implementierung
Scarano & Poelma (2009)	1410 × 1590 × 400 Voxel, 0,025 ppp, 4 Aufnahmen, 6 Iterationen	30 Minuten pro Messvolumenpaar (0,1 s/100000 Voxel)	8 Prozessorkerne (vermutlich), kommerzielle Implementierung

volumen aus den Aufnahmen von vier Kameras (Partikeldichte von 0,03 ppp) bei fünfmaliger Iteration des Algorithmus rekonstruiert (Messdaten aus Abschnitt 3.2). Die Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ werden, wie oben diskutiert, während der Laufzeit des Programms berechnet, d.h. wenn sie benötigt werden. Eine Speicherung der Werte erfolgt nur temporär zwischen Vorwärts- und Rückwärtsprojektion (siehe Abbildung 2.13). Dies entspricht in diesem Fall einem zusätzlichem Speicherbedarf von nur etwa 1000 Gleitkommazahlen und 1000 ganzzahligen Werten. Der genaue Wert hängt dabei von dem Blickwinkel der jeweiligen Kamera und der Dicke des Messvolumens ab.

Worth & Nickels (2008) zeigen, dass mit ihrer MART-Implementierung, die eine multiplikative Ermittlung der Anfangswerte beinhaltet (siehe letzten Unterabschnitt), in ca. 45 Minuten die Intensitätsverteilung in einem Messvolumen der Größe $500 \times 500 \times 150$ Voxel rekonstruiert werden kann. Hierbei verwendeten sie synthetische Kameraaufnahmen (Partikeldichte 0,05 ppp) von vier Kameras. Für die Rekonstruktion wurden insgesamt fünf Iterationen auf einem herkömmlichen Arbeitsplatzrechner durchgeführt. Leider geben sie nicht an, ob sie einen oder mehrere Kerne des Rechners verwenden. Zur Speicherung der gesamten Matrix der Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ wurden darüber hinaus 3,6 GB Arbeitsspeicher benötigt. Atkinson & Soria (2009) berichten, dass die Rechenzeit zur Rekonstruktion eines Volumenpaares mit ihrer MART-Implementierung 145,7 Minuten beträgt. Das Messvolumen hat eine Größe von $1000 \times 1000 \times 160$ Voxel und es werden die Aufnahmen von vier Kameras verwendet, wobei die Partikeldichte 0,01 ppp beträgt. Die Berechnungen werden mit einem Kern eines Standardarbeitsplatzcomputers durchgeführt. Wie bei Worth & Nickels (2008) wird die Matrix der Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ gespeichert. Dafür benötigen sie sogar 42 GB Arbeitsspeicher. Zur Berechnung aller Wichtungsfaktoren werden von Atkinson & Soria (2009) beispielsweise 110 Minuten pro Kamera angegeben. Diese zusätzliche Rechenzeit ist allerdings weder bei Worth & Nickels (2008) noch bei Atkinson & Soria (2009) zur Rekonstruktion der Intensitätsverteilung enthalten.

Eine in einem kommerziellen Programm implementierte MART wird von Ortiz-Dueñas *et al.* (2010) verwendet. Damit rekonstruieren sie innerhalb von 22 Minuten ein Volumenpaar ($1040 \times 1008 \times 160$ Voxel) aus vier Kameraaufnahmen mit einer Partikeldichte von 0,05 ppp. Leider ist die Anzahl der durchgeführten MART-Iterationen nicht angegeben. Die 22 Minuten beinhalten zusätzlich die Rechenzeit, die zur Durchführung einer Selbstkalibrierung und einer drei-dimensionalen Standardkreuzkorrelation im Rahmen der Berechnung der

Partikelverschiebung anfällt. Zur Berechnung werden acht Kerne eines Arbeitsplatzcomputers verwendet. Eine Variante dieser MART-Implementierung wird auch von Scarano & Poelma (2009) verwendet. Ein Volumenpaar der Größe $1410 \times 1590 \times 400$ Voxel kann damit innerhalb von 30 Minuten aus vier Partikelbildaufnahmen mit einer Partikeldichte von 0,025 ppp mit sechs Iterationen rekonstruiert werden. Die Berechnungen werden auf einem Arbeitsplatzcomputer, der über acht Kerne verfügt, durchgeführt. Es wird vermutet, dass dabei alle acht Kerne verwendet werden.

Es zeigt sich, dass die Rechenzeiten aller in der Literatur vorgestellten Implementierungen von der gleichen Größenordnung sind. Gegenüber den nicht-kommerziellen Implementierungen hat die hier vorgestellte Variante allerdings den Vorteil, dass die Wichtungskoeffizienten nicht mehr im Arbeitsspeicher des Computers gespeichert werden müssen. Zudem ist der Rechenzeitbedarf, wenn er auf die Anzahl der Voxel im Messvolumen bezogen wird⁶, hier etwas geringer (siehe Tabelle 2.5). Dieser beträgt bei Atkinson & Soria (2009) und Worth & Nickels (2008) 2,7 bzw. 7,2 Sekunden pro 100000 Voxel. In der hier entwickelten Implementierung beläuft sich dieser hingegen auf nur 0,8 Sekunden pro 100000 Voxel. Für die kommerzielle Implementierung wird keine Auskunft über die Speicherung der Wichtungsfaktoren gegeben. Allerdings wird angenommen, dass auch hier die Wichtungsfaktoren nicht gespeichert werden (dies lässt sich aus dem angegebenen Speicherbedarf von Scarano & Poelma, 2009 abschätzen). Es zeigt sich allerdings, dass die kommerzielle Implementierung basierend auf der Anzahl der Voxel etwas schneller als die hier vorgestellte ist. Bei Ortiz-Dueñas *et al.* (2010) und Scarano & Poelma (2009) beträgt der auf die Anzahl der Voxel bezogene Rechenzeitbedarf 0,4 bzw. 0,1 Sekunden pro 100000 Voxel und ist somit im Vergleich zu der hier benötigten Rechenzeit bis zu achtmal geringer. Dies kann auf die parallele Ausführung durch mehrere Kerne ihrer Computer zurückgeführt werden.

2.3.2 Implementierung der SMART

Die SMART (Mishra *et al.*, 1999) ist wie die MART (siehe Abschnitt 2.3.1) eine algebraische Rekonstruktionstechnik, die iterativ arbeitet. Im Gegensatz zur MART, die auf einer sequenziellen Korrektur der Voxelintensitäten basiert, werden die Korrekturen bei der SMART simultan auf Basis der Vorwärtsprojektionen aller Kameras durchgeführt. Durch die simultane Korrektur ist die

⁶Die Rechenzeit skaliert im wesentlichen mit der Anzahl der Voxel im Messvolumen.

SMART gegenüber der MART für eine parallele Ausführung auf mehreren Prozessoren, die nicht auf einen gemeinsamen Speicher zugreifen können, geeignet (siehe hierzu Abschnitt 2.5). Somit ist eine Auswertung großer Mengen speicherintensiver Daten auf mehreren per Netzwerk verbundenen Computern mit geringem Arbeitsspeicher möglich.

Die Ausführung der SMART weist allerdings einen höheren Speicherbedarf auf, da durch die simultane Korrektur der Voxelintensitäten für jede Kamera eine Matrix mit den Vorwärtsprojektionen im Arbeitsspeicher abgelegt werden muss. Die Matrizen haben jeweils den gleichen Speicherplatzbedarf wie die Kameraaufnahmen selbst. Bei der parallelen Ausführung der SMART müssen diese Matrizen zudem allen Prozessorkernen vorliegen. Bei Verwendung von vielen Prozessorkernen und einer großen Anzahl an Pixel werden bei der SMART mehrere Gigabyte Arbeitsspeicher mehr benötigt, als bei der MART.⁷

Um die SMART hinsichtlich des Bedarfs an Speicherplatz und an Rechenzeit zu optimieren, wurde der Ablauf im Vergleich zu der von Mishra *et al.* (1999) vorgeschlagenen Vorgehensweise modifiziert. Wie im modifizierten Ablaufplan in Abbildung 2.22 dargestellt, wird am Anfang die Matrix E , die die Intensität der Voxel im physikalischen Raum \vec{X} enthält, mit dem Wert Eins initialisiert. Anschließend wird in jeder Iteration k für alle Pixel i (Position \vec{x}_i) der Kameraaufnahme m das jeweilige Projektionsintegral A berechnet, was als Vorwärtsprojektion bezeichnet wird:

$$A(\vec{x}_i) = \sum_{j \in N_i} w_{i,j} \cdot E(\vec{X}_j)^k \quad (2.16)$$

Hierbei sind $w_{i,j}$ die Wichtungsfaktoren, die wie bei der MART den Beitrag eines Voxels j zu dem Projektionsintegral eines Pixels i definieren, und N_i die Anzahl der Voxel, die zu dem Projektionsintegral eines Pixels beitragen. Die aktuellen Projektionen $A(\vec{x}_i)$ der Pixel einer Kamera werden dann zur simultanen Korrektur der Voxelintensitäten im physikalischen Raum verwendet, was, wie bei der MART, als Rückwärtsprojektion bezeichnet wird. Die Korrektur erfolgt mit der Gleichung

$$E(\vec{X}_j)^{k+1} = E(\vec{X}_j)^k \cdot \prod_{i \in N_j} \left[\frac{I(\vec{x}_i)}{A(\vec{x}_i)} \right]^{\mu \cdot w_{i,j} / N_j} \quad (2.17)$$

In dieser Gleichung entspricht N_j der Anzahl der Pixel der aktuellen Kameraaufnahme, die den Voxel j sehen bzw. ihn beeinflussen. Nach Korrektur der

⁷Für die Auswertung von Messdaten, die mit vier 16-Megapixel-Kameras aufgenommen wurden, werden bei Verwendung der SMART auf einem Prozessor mit 12 Kernen ca. 6 GB mehr Arbeitsspeicher als mit der MART benötigt.

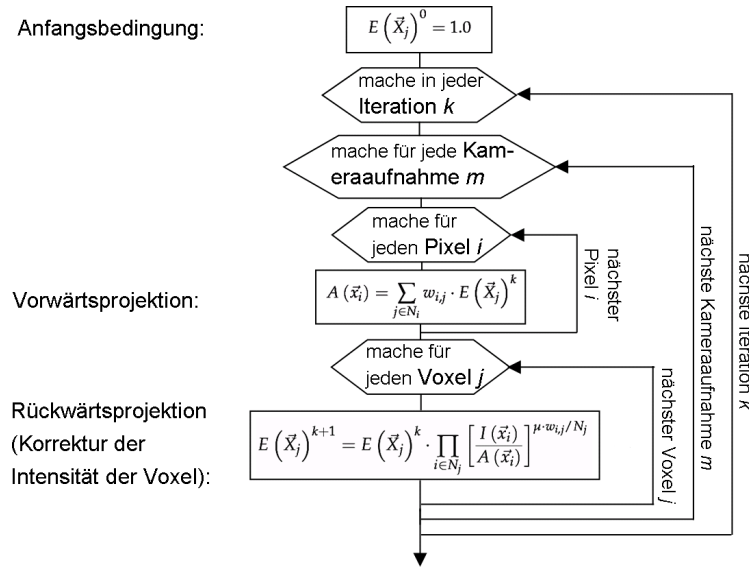


Abbildung 2.22: Iterativer Ablaufplan der SMART.

Voxelintensitäten einer Kameraaufnahme mit Gleichung 2.17 wird der beschriebene Ablauf, d.h. Vorwärts- und Rückwärtsprojektion, jeweils für alle Pixel der nächsten Kameraaufnahmen wiederholt. Der Algorithmus wird dann für eine definierte Anzahl an Iterationen durchlaufen.

Der oben beschriebene Ablauf entspricht dem von Anderson & Kak (1984) für die SART (*simultaneous algebraic reconstruction technique*) vorgeschlagenen Ablauf, wobei die SART, wie die SMART, auf einer simultanen Korrektur der Intensitätswerte der Voxel basiert. Allerdings erfolgt bei der SART die Korrektur mittels Addition und nicht wie bei der SMART durch Multiplikation. Von Mishra *et al.* (1999) wurde für die SMART ursprünglich ein anderer Ablauf vorgeschlagen, bei dem die Intensität der Voxel auf der Basis der Vorwärtsprojektionen aller Kameraaufnahmen korrigiert wird. In anderen Worten wird dabei das in der Korrekturgleichung (Gleichung 2.17) für einen Voxel gebildete Produkt mit allen Pixel aller Kameraaufnahmen, die zu dem Intensitätswert des Voxels beitragen, gebildet. In der hier entwickelten SMART-Version wird das Produkt hingegen nur aus allen Pixelwerten einer Kameraaufnahme berechnet, die zum Intensitätswert des Voxels beitragen bzw. von ihm gesehen werden. Die Korrektur erfolgt somit nur simultan für eine Kameraaufnahme. Diese Vorgehensweise weist gegenüber der originalen Implementierung von Mishra *et al.* (1999) zwei wesentliche Vorteile auf. Das sind:

1. Ein geringerer Speicherbedarf, der vor allem bei einer parallelen Ausführung mit einer hohen Anzahl an Prozessoren zum Tragen kommt (siehe

Abschnitt 2.5). Für das am Anfang dieses Abschnitts aufgeführte Beispiel werden somit ca. 4 bis 5 GB weniger Arbeitsspeicher benötigt.

2. Eine reduzierte Rechenzeit des Algorithmus, da in einem früheren Stadium jene Voxel, die während des iterativen Ablaufs zu Null gesetzt werden, von der Berechnung ausgeschlossen werden können (siehe unten). Diese Aussage ist gültig, sofern die Intensitätswerte der Voxel nicht mit Methoden von Atkinson & Soria (2009) oder Worth & Nickels (2008) zur Abschätzung der Intensitätsverteilung in einer nullten Iteration (siehe Abschnitt 2.3.1) initialisiert werden.

Zur Berechnung der aktuellen Projektionsintegrale wird wie bei der MART-Implementierung (siehe Abschnitt 2.3.1) das *splatting*-Verfahren (siehe Mueller, 1998) eingesetzt. Im Gegensatz zur MART, bei dem diese Berechnung Strahl getrieben durchgeführt wird, wird bei der SMART Voxel getrieben vorgegangen, was im englischen als *voxel driven splatting algorithm* bezeichnet wird (Mueller, 1998). Dabei werden die Projektionsintegrale der einzelnen Pixel nicht mehr sequentiell berechnet (siehe Abschnitt 2.3.1), vielmehr können die Beiträge der einzelnen Voxel zu den Projektionsintegralen der einzelnen Pixel in der Bildebene gesammelt bzw. aufsummiert werden. Diese Vorgehensweise ist bei der SMART sehr effizient, da im Gegensatz zur MART keine Umkehrfunktionen der in Abschnitt 2.2 aufgestellten Abbildungsfunktionen nötig sind.

Um dies zu verstehen soll im Folgenden der Voxel getriebene *splatting*-Algorithmus im Detail erläutert werden. Abbildung 2.23 verdeutlicht seine Funktionsweise. Ein Wichtungsfaktor $w_{i,j}$ entspricht wieder dem Linienintegral entlang einer Sichtlinie eines Pixel i durch den kugelsymmetrischen Interpolationsfilter, der sich im Zentrum eines Voxels j befindet. Auch hier interpoliert der Interpolationsfilter die drei-dimensionale Intensitätsverteilung im Messvolumen. Das Linienintegral kann mit Hilfe der Abel-Transformation des Interpolationsfilters bestimmt werden, wofür allerdings der minimale Abstand zwischen dem Voxel und einer Sichtlinie bekannt sein muss (siehe Anhang A). Beim Voxel getriebenen *splatting*-Algorithmus wird dieser Abstand allerdings nicht im physikalischen Raum, sondern aus der Kameraaufnahme gewonnen. Dazu wird der kugelsymmetrische Interpolationsfilter mit den Gleichungen 2.6 und 2.7 auf die Aufnahme projiziert und der Abstand zwischen dem projizierten Mittelpunkt des Filters und der Position des Pixels, von der die Sichtlinie ausgeht, berechnet (d_{\min} in Abbildung 2.23). Dabei wird angenommen, dass der geringste Abstand d_{\min} auf der Projektion proportional zu dem geringsten Abstand im physikalischen Raum (d_{\min}^* in Abbildung 2.23) ist und somit

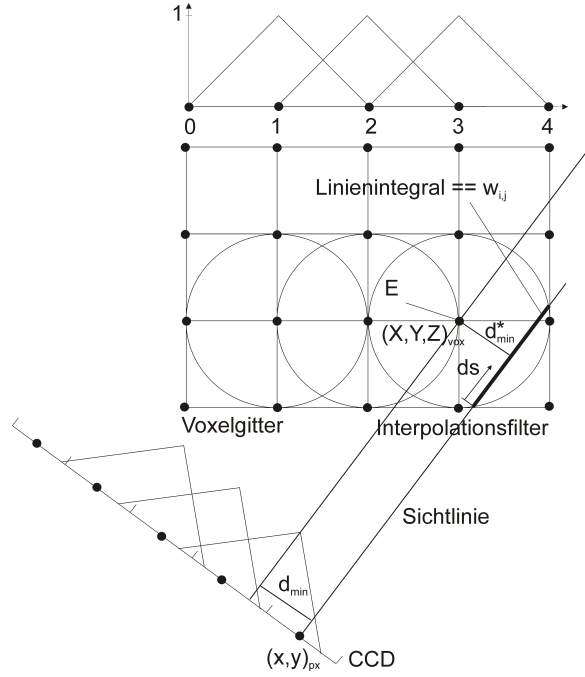


Abbildung 2.23: Funktionsweise des Voxel getriebenen *splatting*-Algorithmus.

der Wichtungsfaktor mit der Abel-Transformation aus d_{\min} berechnet werden kann. In der entwickelten Implementierung wird der kugelsymmetrische Interpolationsfilter, der wieder einen bilinearen Verlauf aufweist, als Kreis mit einem konstanten Radius r von der Seitenlänge eines Pixels auf die Kameraaufnahmen projiziert (siehe Abbildung 2.24). Der Mittelpunkt des Kreises entspricht dabei dem projizierten Mittelpunkt des Interpolationsfilters.

Um die einzelnen Projektionsintegrale der Vorwärtsprojektion einer Kamera effizient zu bestimmen, läuft die Schleife bei ihrer Berechnung über alle Voxel und nicht über alle Pixel, wie es eigentlich in Abbildung 2.22 dargestellt ist. Somit können die Beiträge der einzelnen Voxel zu den jeweiligen Projektionsintegralen in der Bildebene aufsummiert werden. Die Berechnungsschritte, die dabei für einen Voxel durchgeführt werden müssen, sind in Abbildung 2.25 dargestellt: Nachdem mit den Abbildungsfunktionen (Gleichung 2.6 und 2.7) die Position \vec{x}_{IF-p} des Mittelpunkts des Interpolationsfilters auf die Aufnahmen projiziert wurde, wird getestet, zu welchen Projektionsintegralen welcher Pixel (Position \vec{x}_{px}) der betrachtete Voxel beiträgt. Dazu wird der geringste Abstand d_{\min} zwischen der Position \vec{x}_{px} des Pixels und dem projizierten Mittelpunkt \vec{x}_{IF-p} des Interpolationsfilters berechnet:

$$d_{\min} = \sqrt{(x_{IF-p} - x_{px})^2 + (y_{IF-p} - y_{px})^2} \quad (2.18)$$

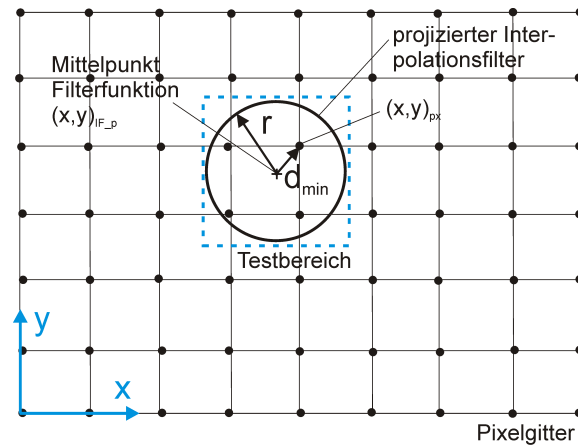


Abbildung 2.24: Berechnung des geringsten Abstands d_{\min} zwischen Mittelpunkt des projizierten Interpolationsfilters und Position des Pixels aus der Kameraaufnahme beim SMART.

Sofern d_{\min} kleiner als der Radius r des auf die Abbildung projizierten Interpolationsfilters ist (siehe Abbildung 2.24), trägt der Voxel zu dem Projektionsintegral des betrachteten Pixels bei und es wird der Wichtungskoeffizient (Gleichung A.3) sowie der Anteil zu dem Projektionsintegral (Gleichung 2.16) berechnet. Zur Verringerung der Rechenzeit werden dabei nur Pixel, die sich in der unmittelbaren Umgebung des projizierten Interpolationsfilters befinden (Testbereich in Abbildung 2.24) und somit beeinflusst werden können, herangezogen.

Zur Berechnung der Rückwärtsprojektion (Korrektur) eines Voxels (Gleichung 2.17), muss ein Produkt über alle Pixel, die diesen Voxel sehen, ausgewertet werden. Dabei wird die gleiche Vorgehensweise wie bei der Berechnung der Anteile eines Voxels zu den Projektionsintegralen (Vorwärtsprojektion) gewählt. Aus der Ausdehnung des projizierten Interpolationsfilters können wieder die Pixel ermittelt werden, die für das Produkt berücksichtigt werden müssen. Für diese wird dann jeweils der Wichtungsfaktor aus d_{\min} berechnet. Während der Vorwärts- und Rückwärtsprojektion werden für einen Voxel die gleichen Pixelindizes und Wichtungsfaktoren ermittelt. Somit würde eine temporäre Zwischenspeicherung dieser Werte eine erhebliche Verringerung der Rechenzeit bewirken. Dies ist allerdings nur sehr begrenzt möglich, da die Rückwärtsprojektion erst ausgeführt wird, nachdem die komplette Vorwärtsprojektion aller Pixel einer Kamera berechnet wurde und diese Werte somit für alle Voxel gespeichert werden müssten. Der hierfür anfallende Speicherplatz von mehreren Gigabyte würde den zur Speicherung der Intensitätsverteilung im Messvolumen

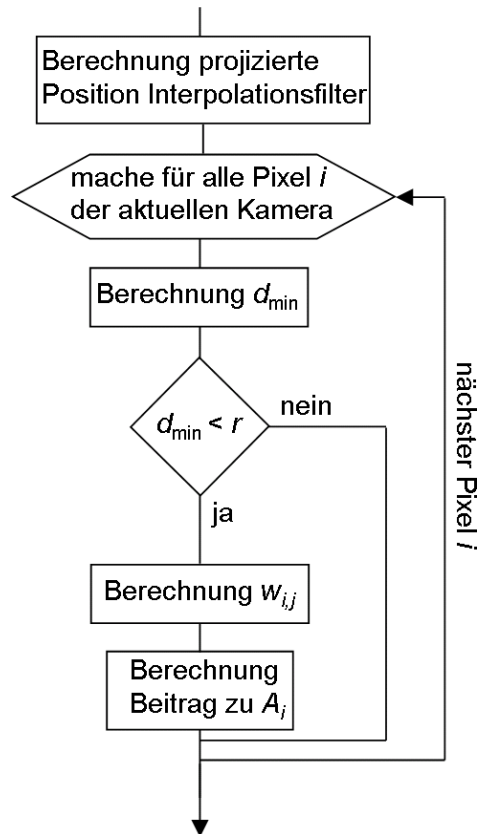


Abbildung 2.25: Ablaufplan der Berechnung des Anteils eines Voxels an den Projektionsintegralen beim SMART.

um ein Vielfaches übersteigern.

Um die Rechenzeit der SMART-Implementierung weiter zu verringern, werden wie bei der MART nur Voxel berücksichtigt, deren Intensitätswerte größer als Null sind (siehe Abschnitt 2.3.1). Diese Voxel haben keinen Beitrag zu den Projektionsintegralen und können ihre Intensität auch nicht mehr ändern. Sie werden während der ersten Iteration des Algorithmus ermittelt. Eine weitere Verringerung der realen Laufzeit wurde zudem durch Parallelisierung der Berechnung erreicht, die in Abschnitt 2.5 diskutiert wird.

Zur Beurteilung der Effizienz der hier diskutierten Version der SMART wird im Folgenden die benötigte Rechenzeit mit Werten aus der Literatur von Atkinson & Soria (2009) verglichen. Die hier durchgeführten Tests mit der modifizierten SMART erfolgen dabei mit den gleichen Messdaten und dem gleichen Arbeitsplatzrechner wie die in Abschnitt 2.3.1, um somit zudem die Rechenzeit beider Rekonstruktionstechniken (MART und SMART) direkt vergleichen zu können. Für die Rekonstruktion der Intensität in dem $999 \times 600 \times 220$ Voxel

großen Messvolumen (4 Kameras, 0,03 ppp, 5 Iterationen) werden unter Verwendung eines Prozessorkerns mit der SMART 19 Minuten benötigt. Obwohl wie bei der MART keine Umkehrfunktionen aufgestellt werden müssen, für die Punkte im Raum iterativ und somit zeitaufwendig bestimmt werden müssen⁸, hat sich die Rechenzeit um zwei Minuten erhöht. Dies kann mit dem Wegfall der temporären Speicherung der Wichtungsfaktoren $w_{i,j}$ zwischen Vorwärts- und Rückwärtsprojektion begründet werden (siehe oben).

Atkinson & Soria (2009) benötigen für die Rekonstruktion eines $1000 \times 1000 \times 160$ Voxel großen Messvolumens 22,4 Minuten⁹, wobei die Partikeldichte auf den vier Kameraaufnahmen 0,01 ppp beträgt. In der angegebenen Zeit ist zusätzlich die Rechenzeit enthalten, die für die Initialisierung der Intensitätsverteilung in den Messvolumen durch Multiplikation der Grauwerte sich schneidender Sichtlinien anfällt (siehe letzten Abschnitt). Die SMART wird von ihnen insgesamt vierzig Mal iteriert (im Vergleich dazu wird die SMART hier nur fünfmal iteriert). Basierend auf der Anzahl der durchgeführten Iterationen ist die von Atkinson & Soria (2009) benötigte Rechenzeit bezogen auf die Anzahl der Voxel im Messvolumen achtmal geringer als die der hier vorgestellten Implementierung. Der Grund dafür ist, dass bei Atkinson & Soria (2009) die Wichtungskoeffizienten der Voxel, die ungleich Null oder größer als ein Grenzwert sind, im Arbeitsspeicher des Computers gespeichert werden. Dabei werden die Wichtungskoeffizienten während der ersten Iteration berechnet. Der Nachteil ist ein höherer Bedarf an Arbeitsspeicher, der sich in Abhängigkeit von der Partikeldichte und der Anzahl der Geisterpartikel auch auf mehrere Gigabyte belaufen kann.

2.3.3 Rekonstruktion der Intensität der Seifenblasen

Die Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung aus den Glanzlichtern auf der Oberfläche der Seifenblasen weist gegenüber dem Einsatz herkömmlicher Impfpartikel einige Besonderheiten auf. In Abbildung 2.26 ist eine aus verschiedenen Positionen betrachtetete Seifenblase mit einem Glanzlicht auf ihrer Außenhülle in der X - Z - sowie Y - Z -Ebene skizziert. Es wird angenommen, dass das Glanzlicht ein Mittel aus mehreren Glanzlichtern darstellt (siehe Abschnitt 2.2.3). Mit Hilfe der Volumenselbstkalibrierung wird die Position des

⁸Bei der MART müssen für die Approximation jeder Sichtlinie die Positionen von jeweils zehn Punkten iterativ bestimmt werden (siehe Abschnitt 2.3.1).

⁹Die Berechnungen wurden von ihnen mit einem Kern eines Arbeitsplatzrechners durchgeführt.

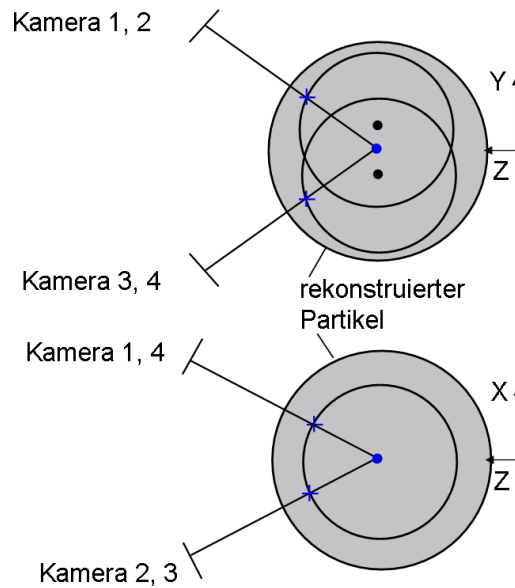


Abbildung 2.26: Modell zur Rekonstruktion der Intensitätsverteilung der Seifenblasen aus den Glanzlichtern (+ – mittlere Position der Glanzlichter auf Oberfläche der Seifenblase, • – Mittelpunkt der Seifenblase, • – Schnittpunkte der Sichtlinien nach Anwendung der Selbstkalibrierung).

Messvolumens (gesehen von den einzelnen Kameras), in dem sich die Seifenblase befindet, demzufolge vermutlich bezüglich der von den einzelnen Kameras gesehenen Position der Glanzlichter korrigiert.

Die Rekonstruktion der Partikel im Messvolumen erfolgt vermutlich auch auf Basis dieser Glanzlichter. Diese Modellvorstellung ist in Abbildung 2.26 für einen als ideal angenommen Partikel skizziert. In dem Modell wird ein Partikel aus den unendlich dünnen Glanzlichtern auf seiner Oberfläche an dem Schnittpunkt der Sichtlinien aller Kameras rekonstruiert, der sich nach Anwendung der Volumenselbstkalibrierung einstellt. Dabei muss diese Position, die im Allgemeinen vom Messaufbau abhängt, nicht zwangsläufig der Mittelpunkt der Seifenblase sein.

Abschließend sei angemerkt, dass auch wie beim Einsatz der tomografischen PIV in kleinen Messvolumen, die Form der rekonstruierten Partikel von der Anzahl der Kameras (Putze, 2008a; Soria & Atkinson, 2008) und dem Blickwinkel der Kameras abhängt. Eine geringere Anzahl an Kameras führt dabei zu eckigeren Partikeln und durch kleinere Kamerablickwinkel entstehen langgezogene Partikel.

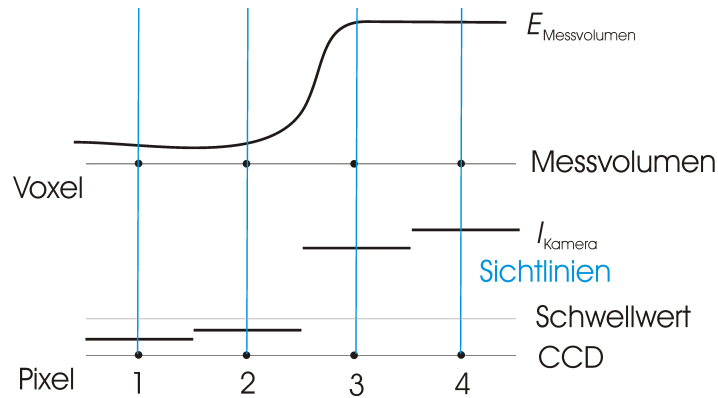
2.3.4 Begrenzungen bei der Rekonstruktion kleiner Partikel

Für die Rekonstruktion der Intensitätsverteilung in einem Messvolumen wird bei den vorgestellten Algorithmen die drei-dimensionale Intensität an Positionen zwischen diskreten Punkten (Mittelpunkt der Voxel) interpoliert. Dabei ist die Wahl des Interpolationsfilters bzw. der Filterfunktion für die Güte des rekonstruierten Signals äußerst wichtig. Aus der Frequenzantwort einer Filterfunktion kann abgeleitet werden, dass schmale Filterfunktionen wie ein Boxfilter im Allgemeinen zu einem verrauschten interpolierten Signal führen (Mueller, 1998). Breitere Interpolationsfunktionen, wie die hier verwendete bilineare Funktion oder die Kaiser-Bessel-Funktion, weisen hingegen eine bessere Frequenzantwort auf und resultieren in einem glatteren Signal (Mueller, 1998).

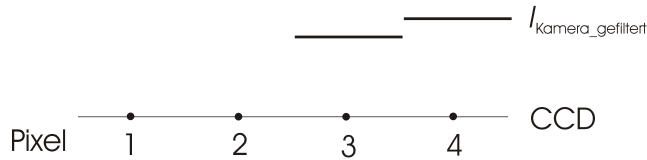
Allerdings beeinflussen breitere Interpolationsfunktionen auch die Größe der rekonstruierten Partikel bei der tomografischen PIV. Hierfür sind der multiplikative Ansatz bei der MART und SMART in Kombination mit dem verwendeten Interpolationsfilter bzw. der Filterfunktion und der Hintergrundintensität der Kameraaufnahmen, die vor der Rekonstruktion durch Bearbeitung der Partikelbildaufnahmen Null gesetzt wird (siehe Abschnitt 2.3.6), verantwortlich. Der Radius der Interpolationsfilter entspricht dabei der Seitenlänge eines Voxels. Zudem sind sie überlappend im Messvolumen angeordnet (siehe Abschnitt 2.3.1 und 2.3.2). Im Folgenden soll dies näher erläutert werden.

Wie das ein-dimensionale Beispiel in Abbildung 2.27(a) veranschaulicht, wird die Intensitätsverteilung ($E_{\text{Messvolumen}}$) im physikalischen Raum, die z.B. ein drei-dimensionales Partikelbild darstellt, auf einem CCD-Sensor als diskrete Intensitätsverteilung (I_{Kamera}) auf Pixel 1 bis 4 abgebildet. Durch die in Abschnitt 2.3.6 diskutierte Bearbeitung der Kameraaufnahmen vor der Rekonstruktion werden niedrigere Intensitätswerte (Hintergrundintensität oder Nebenmaxima der beugungsbegrenzt abgebildeten Partikelbilder) Null gesetzt. Dies resultiert in scharf abgegrenzten Partikelbildern auf den Aufnahmen (Abbildung 2.27(b)).

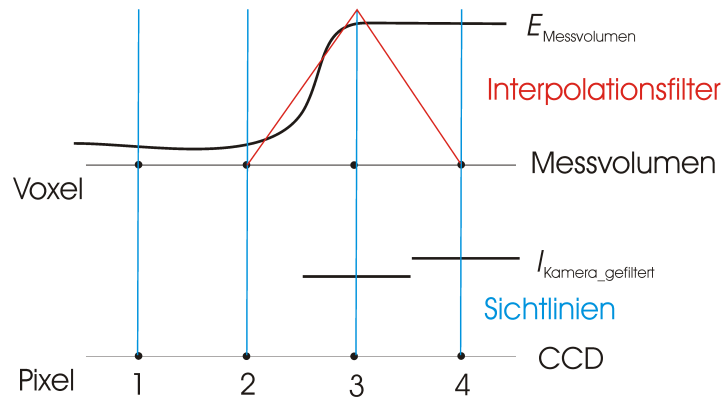
Im Mittelpunkt jedes Voxels befindet sich ein Interpolationsfilter mit dem Radius der Seitenlänge eines Voxels. Im Rückprojektionsschritt der MART und der SMART (vgl. Abbildung 2.13 und 2.22 sowie Gleichung 2.11 und 2.17) wird die Intensität jedes Voxels auf Basis der Intensitätswerte aller Pixel, die sich im Einflussbereich des jeweiligen Interpolationsfilters befinden, korrigiert (siehe Abschnitt 2.3.1 und 2.3.2). Wie Abbildung 2.27(c) verdeutlicht, wird beispielsweise der Intensitätswert von Voxel 3 somit mit den Intensitätswerten



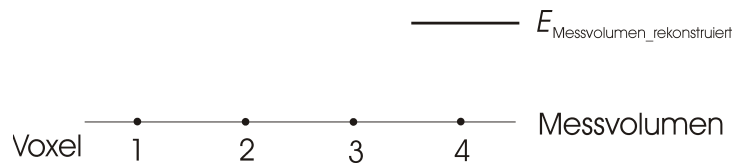
(a) Abbildung einer Intensitätsverteilung $E_{\text{Messvolumen}}$ auf einem Kamerasensor als diskrete Verteilung I_{Kamera} .



(b) Gefiltertes Ausgangssignal $I_{\text{Kamera_gefiltert}}$.



(c) Rekonstruktion der Intensitätsverteilung im Messvolumen aus der gefilterten Kameraaufnahme mit Hilfe überlappend angeordneter Interpolationsfilter. Diese haben eine Breite von zwei Voxel bzw. Pixel.



(d) Rekonstruierte Intensität $E_{\text{Messvolumen_rekonstruiert}}$.

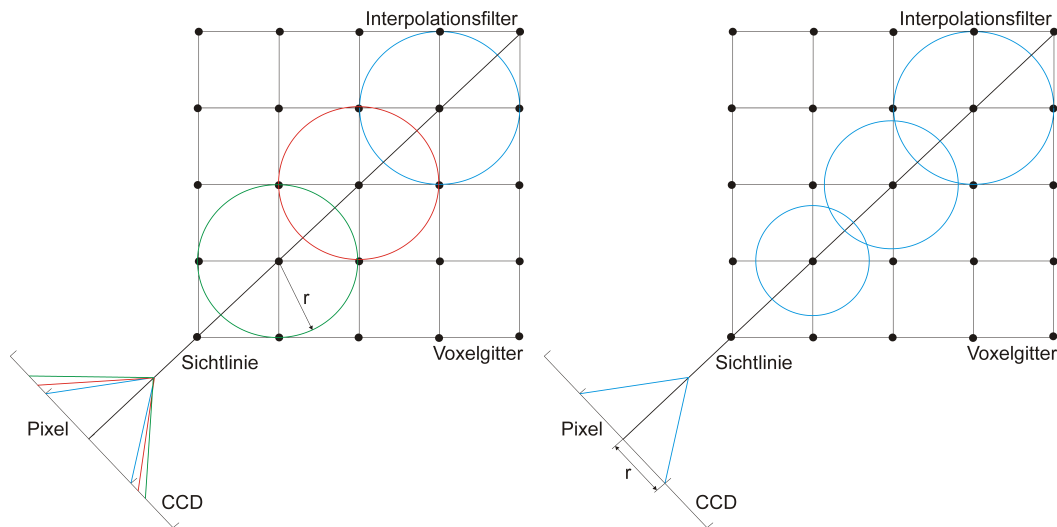
Abbildung 2.27: Darstellungen zur Erläuterung der Effekte bei der Rekonstruktion der Intensität an den Partikelrändern.

ten von Pixel 2, 3 und 4 multipliziert. Da die Intensität des Pixels 2 durch die Bearbeitung der Partikelaufnahmen auf Null gesetzt wurde, wird die Intensität des Voxels 3 während der Rückprojektion zu Null (siehe Abbildung 2.27(d)). Die rekonstruierte Intensitätsverteilung der Partikel wird folglich am Rand abgeschnitten. Partikelbilder, die einen Durchmesser von etwa drei Pixel haben, würden somit als Partikel mit einem Durchmesser von etwa einem Voxel rekonstruiert. Dies kann bei der Berechnung der Partikelverschiebung mittels Kreuzkorrelation zu dem aus der planaren PIV bekannten *peak locking* (siehe z.B. Raffel *et al.*, 2007) führen. Bei planarer PIV kann *peak locking* unter anderem durch zu kleine Partikelbilder auf den Kameraaufnahmen (Größe von etwa einem Pixel) hervorgerufen werden, wodurch sich ein schmales Maximum in der Korrelationsebene bildet (Kamerarauschen oder Verschiebungsgradienten innerhalb des Abfragefensters können die Ausdehnung des Maximums dabei künstlich vergrößern). Unpassende Algorithmen zur subpixelgenauen Identifikation der Position des schmalen Maximums liefern dann keine Ergebnisse. Die Positionsbestimmung ist somit nur mit der Genauigkeit eines Pixels möglich, was das Auflösungsvermögen der Messtechnik erheblich einschränkt.

In den hier durchgeführten Experimenten beträgt der Durchmesser der Partikelbilder etwa zwei bis drei Pixel. Um dem oben beschriebenen Effekt entgegenzuwirken, werden die Partikelaufnahmen mit einem Gauß-Filter unscharf gemacht. Dies ist bei tomografischen PIV-Experimenten eine übliche Praxis (siehe z.B. Hain *et al.*, 2008; Michaelis & Wieneke, 2008). Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Gauß-Filter mit einer Kernelgröße von 3×3 Pixel verwendet (siehe Abschnitt 2.3.6). Dieser führt zu einer Vergrößerung des Durchmessers der Partikelbilder auf ca. fünf Pixel. Der Durchmesser der rekonstruierten Partikel beträgt somit etwa drei Voxel. Die am Rand abgeschnittene Intensität der Partikelbilder muss allerdings während des tomografischen Rekonstruktionsprozesses in dem Messvolumen verteilt werden und wird folglich als Geisterintensität in das Messvolumen projiziert.

2.3.5 Einfluss kurzbrennweitiger Kameraobjektive

Für die Gewährleistung moderater Abstände zwischen Kamera und Messbereich werden bei PIV-Experimenten mit großen Beobachtungsfeldern bzw. Beobachtungsvolumen meistens Kameraobjektive mit kleinen Brennweiten verwendet (siehe z.B. Bosbach *et al.*, 2009; Kühn *et al.*, 2009, 2010b), um somit große Öffnungswinkel zu erreichen. Bei der tomografischen PIV führt das al-



(a) Änderung des Einflussbereichs des Interpolationsfilters im Bildbereich bei Verwendung der MART. (b) Änderung des Einflussbereichs des Interpolationsfilters im physikalischen Raum bei Verwendung der SMART.

Abbildung 2.28: Einfluss der Änderung des Abbildungsmaßstabs bei der MART und der SMART.

lerdings dazu, dass sich der Abbildungsmaßstab, der als das Verhältnis von Bild- zu Gegenstandsgröße definiert ist, in Tiefenrichtung des Messvolumens bzw. in Blickrichtung der Kamera merklich ändert. Bei den in Kapitel 3 diskutierten Anwendungen des Messsystems beträgt diese Änderung etwa 30 %. Sie ist neben der Länge der Brennweite auch von der Dicke des Messvolumens abhängig. Bei Experimenten mit kleinerem Messvolumen der Größenordnung von 10 cm^3 , wie beispielsweise von Elsinga *et al.* (2006a) durchgeführt wurden, beträgt diese Änderung hingegen weniger als 3 %.

Da bei der Rekonstruktion mit der MART und der SMART der Durchmesser bzw. der Radius der Interpolationsfilter im physikalischen Raum bzw. im Bildbereich konstant gehalten werden, beeinflusst die Änderung des Abbildungsmaßstabs die Größe des Einflussbereichs der Interpolationsfilter. Dies soll im Folgenden näher erläutert werden.

In Abbildung 2.28(a) ist dargestellt, wie sich bei der MART die im physikalischen Raum konstant gehaltene Größe der Interpolationsfilter auf den Einflussbereich in der Bildebene auswirkt. Durch die Variation des Abbildungsmaßstabs in Blickrichtung der Kamera ist für Positionen, die sich näher an der Kamera befinden, die Abbildung eines Interpolationsfilters auf der Kameraaufnahme und somit auch der Einflussbereich größer. Andererseits verringert

sich die Größe der Abbildung und somit auch der Einflussbereich des Interpolationsfilters, wenn dieser im physikalischen Raum weiter entfernt von der Kamera angewendet wird. Dies bedeutet, dass Bereiche des Messvolumens, die näher an der Kamera sind, mit einer höheren Anzahl an Pixeln aufgelöst werden, bzw. das mehr Pixel diesen Bereich beeinflussen. Die Größe des Einflussbereichs der Interpolationsfilter ändert sich dabei im gleichen Maße wie der Abbildungsmaßstab.

Nach Mueller (1998) führt dies bei der tomografischen Rekonstruktion nicht zu Artefakten, sofern das Verhältnis zwischen der Größe der Voxel zu der Größe eines mit dem Abbildungsmaßstab in den physikalischen Raum projizierten Pixels¹⁰ eins oder höher ist. Dabei wird angenommen, dass der Radius der bilinearen Interpolationsfilter im physikalischen Raum der Seitenlänge eines Voxels entspricht. Demzufolge muss das Voxel-Pixel-Verhältnis für die Voxel, die am weitesten von der Kamera entfernt sind, eins gesetzt werden. Die Wahl des Interpolationsfilters mit konstanter Größe im physikalischen Raum führt dann allerdings zu einer Überabtastung der Voxel durch die Pixel für Positionen im Messvolumen, die sich näher bei der Kamera befinden. Die Folge dieser Überabtastung ist, dass der absolute Wert der rekonstruierten Intensität größer ist als bei Voxeln mit einem Voxel-Pixel-Verhältnis von eins. Folglich stellt sich ein Gradient in der rekonstruierten Intensitätsverteilung ein, der allerdings mit dem Abstand von den Kameras abnimmt (Mueller, 1998). Dieser Gradient kann wiederum den Fehler bei der Bestimmung der Position des Maximums in dem Korrelationsvolumen vergrößern. Nach Mueller (1998) wirkt eine Skalierung der Amplitude der Interpolationsfilter als Funktion des Voxel-Pixel-Verhältnisses im Rückprojektionsschritt der Ausbildung des Intensitätsgradienten entgegen. Um diese Skalierung durchführen zu können, muss das lokale Abbildungsverhältnis bekannt sein. Beim Einsatz von Polynomen als Abbildungsfunktionen, wie in der vorliegenden Arbeit (siehe Abschnitt 2.2), gelingt dies allerdings nur mit einem hohen rechnerischen Aufwand. Die Verwendung eines Voxel-Pixel-Verhältnisses kleiner als eins, bei dem der Durchmesser des Interpolationsfilters der Seitenlänge eines mit dem lokalen Abbildungsmaßstab in den Raum projizierten Pixels entspricht, würde hingegen zu einer Unterabtastung des Messvolumens führen, was Artefakte bei der Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung im Messvolumen hervorruft (siehe Mueller, 1998).

Die Vergrößerung des Einflussbereichs der Interpolationsfilter im Bildbereich

¹⁰Dies wird im Folgenden als Voxel-Pixel-Verhältnis bezeichnet.

für Positionen im Messvolumen, die sich näher an der Kamera befinden, bewirkt bei der MART des weiteren eine stärkere Beschneidung der Intensität der rekonstruierten Partikel am Rand. Dies wird durch den in Abschnitt 2.3.4 erläuterten Effekt hervorgerufen, dessen Auswirkung sich bei einem größeren Einflussbereich der Interpolationsfilter auf der Abbildung erhöht.

Bei der SMART wird gegenüber der MART der Durchmesser bzw. Radius des auf die Kameraaufnahmen abgebildeten Interpolationsfilters konstant gehalten. Bedingt durch die Variation des Abbildungsmaßstabs führt dies, wie in Abbildung 2.28(b) dargestellt, zur Änderung des Durchmessers des Interpolationsfilters im physikalischen Raum. Somit ändert sich die Größe des von einem Pixel beeinflussten Bereichs im physikalischen Raum. Dabei ist für Positionen im physikalischen Raum, die der Kamera näher sind, der Einflussbereich kleiner im Vergleich zu Positionen, die weiter von der Kamera entfernt sind. Die Größe des Einflussbereichs des Interpolationsfilters ändert sich dabei im gleichen Maße wie der Abbildungsmaßstab.

Bei der Diskretisierung des Messvolumens wird bei der SMART wie bei der MART das Voxel-Pixel-Verhältnis für die Position, die am weitesten von der Kamera entfernt ist, eins gewählt. Somit sinkt das Voxel-Pixel-Verhältnis für Positionen im Messvolumen, die näher an der Kamera sind. Bei der MART würden durch Unterabtastung Rekonstruktionsartefakte entstehen (siehe oben). Bei der SART (*simultaneous algebraic reconstruction technique*; Anderson & Kak, 1984), einem simultanen Rekonstruktionsalgorithmus der auf einer additiven Korrektur der Voxelintensitäten basiert, führt diese Unterabtastung allerdings nicht zu Rekonstruktionsartefakten (Mueller, 1998). Nach Mueller (1998) werden diese durch die lokale Normierung der Korrekturwerte der Voxel mit den jeweiligen beeinflussenden Wichtungsfaktoren verhindert. Ob dies auch für die simultane SMART-Rekonstruktion gilt, ist bisher unklar.

Die Auswirkung der Änderung der Größe auf die Intensitätsverteilung bei der MART und der SMART wird in Abschnitt 3.2.2 analysiert. Zudem wird in Abschnitt 3.2.5 und 3.2.6 untersucht, ob die Änderung der Größe des Interpolationsfilters eine Auswirkung auf die Genauigkeit der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Messungen hat.

2.3.6 Filterung der Partikelbilder

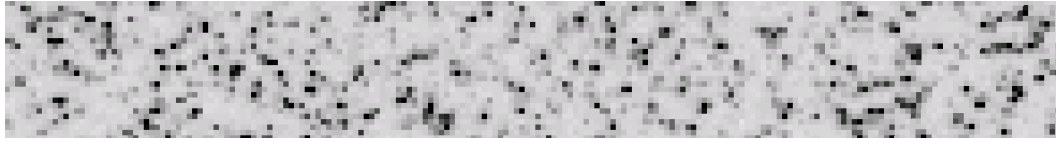
Wie bereits mehrmals angesprochen, werden die Partikel aufnehmen vor der Rekonstruktion der Intensitätsverteilung gefiltert, um die Qualität der rekon-

struierten Intensitätsverteilung und somit letztendlich die Qualität des Geschwindigkeitsfelds zu erhöhen. Grundlage für die hier verwendete Filterung ist die von Michaelis & Wieneke (2008) vorgestellte Filterung, für die folgende Schritte durchlaufen werden:

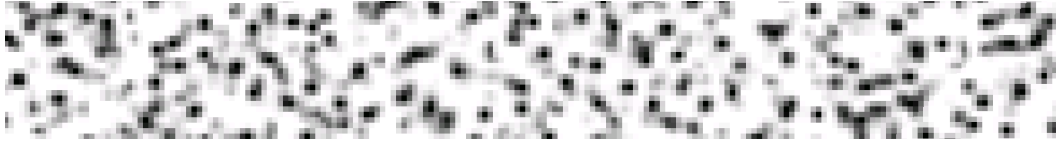
1. Subtraktion der Intensitätsminima einer Serie von Partikelbildaufnahmen. Die Intensitätsminima werden dabei für jeden Pixel einzeln bestimmt und subtrahiert. Durch Anwendung des Filters wird die Hintergrundintensität der Aufnahmen entfernt. Anschließend werden alle Pixel, deren Grauwert unterhalb eines Schwellwertes liegen, Null gesetzt. In den in Kapitel 3 durchgeführten Versuchen betrug der Schwellwert 14, was 5 bis 10 % der maximalen Intensität sind.
2. Hochpassfilterung der Bilder, um langwellige Änderungen in der Intensitätsverteilung zu minimieren. Bei Anwendung des Filters wird jeweils in einem Bereich von 51^2 Pixel die mittlere Intensität berechnet, die dann von der originalen Aufnahme abgezogen wird.
3. Tiefpassfilterung der Bilder zur Glättung und Vergrößerung der Partikelbilder. Dazu wird ein Gauß-Filter mit einer Ausdehnung von 3^2 Pixel eingesetzt.
4. Lokale Normierung der Partikelbilder mittels Division durch einen gleitenden Maximalwert. Der Filter hat eine Größe von 7^2 Pixel. Nach Anwendung des Filters ist die maximale Intensität aller Partikel auf jeder der Kameraaufnahmen annähernd identisch. Somit wird eine Wichtung einzelner Kameraaufnahmen während des Rekonstruktionsprozesses durch höhere Intensitätswerte ausgeglichen.

Neben der Vergrößerung der Partikelbilder (Schritt 3), die für rekonstruierte Partikel mit einer ausreichenden Größe notwendig ist (siehe Abschnitt 2.3.4), ist die Entfernung der Hintergrundintensität (Schritt 1) maßgeblich für die Qualität der rekonstruierten Intensität. Wie auch von Wieneke & Taylor (2006) angemerkt, führt die Intensität der Pixel, an denen sich keine Partikelbilder befinden und die größer als Null ist, zu Streifen mit Geisterpartikeln bzw. -intensität in der rekonstruierten Intensitätsverteilung.

In Abbildung 2.29(a) ist ein Teil einer Aufnahme der Partikel vor und nach der Filterung zu sehen. Die Aufnahme wurde im Rahmen der im nächsten Kapitel diskutierten Messungen aufgenommen (Partikeldichte von etwa 0,03 ppp). Wie in Abschnitt 2.2.3 bereits angemerkt, werden die Glanzlichter auf der Oberfläche der Seifenblasen jeweils als ein einziges beugungsbegrenztes Bild



(a) Ungefilterte Partikelaufnahme.



(b) Gefilterte Partikelaufnahme.

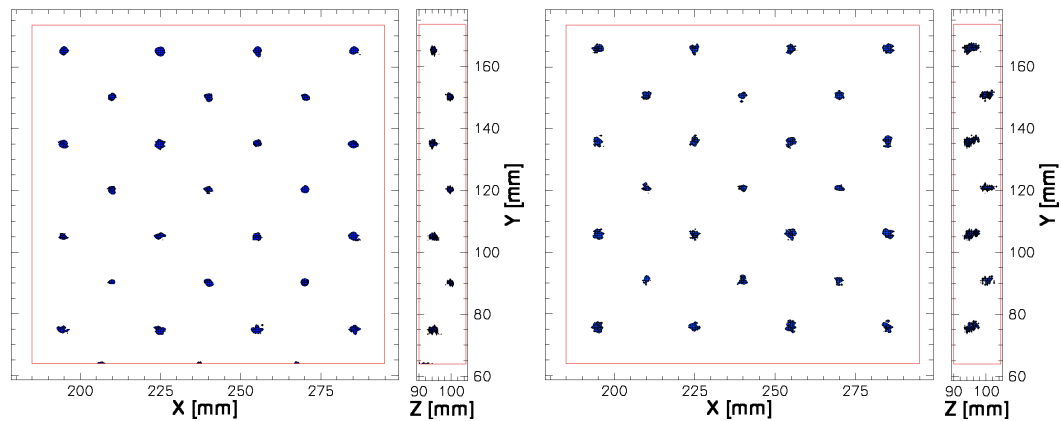
Abbildung 2.29: Partikelaufnahme vor und nach Anwendung der Filterung. Die Größe des Ausschnitts beträgt 196×25 Pixel. Graustufen sind invertiert (schwarz entspricht hellen Bereichen und weiß dunklen).

auf den Aufnahmen der Kamera abgebildet. Diese einzelnen beugungsbegrenzten Bilder sind allerdings eine gemittelte Abbildung aller Glanzlichter auf der Oberfläche einer Seifenblase. Der Durchmesser der Partikelbilder entspricht etwa zwei bis drei Pixel. Nach Anwendung der einzelnen Filterungsschritte ist die Vergrößerung der Partikel und die Entfernung des Hintergrunds der Abbildungen sehr deutlich zu sehen (Abbildung 2.29(b)).

2.3.7 Test der Implementierungen

Die korrekte Funktionsweise der MART- und SMART-Implementierung wird anhand der in Abschnitt 2.2.3 vorgestellten Messdaten überprüft. Dazu wird die Intensität der kreisrunden Marker auf der Kalibrierplatte (siehe Abbildung 2.6), die sich im Messvolumen in der Ebene $Z = 100$ mm befindet, aus den einzelnen Kameraaufnahmen rekonstruiert. Für den Test werden die Marker auf beiden Ebenen der Kalibrierplatte (siehe Abbildung 2.6) in einem kleinen Bereich des Messvolumens berücksichtigt. Dieser Bereich entspricht der rot markierten Box auf der Kalibrierplatte. Dennoch werden im Test die Abbildungsfunktionen, die im Abschnitt 2.2 für das gesamte Messvolumen aufgestellt wurden, verwendet.

Zur Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung, wird der Ausschnitt im Messvolumen mit $160 \times 160 \times 22$ Voxel diskretisiert. Die Größe eines Voxels entspricht der mittleren Größe eines in den Raum projizierten Pixels in der Z -Ebene des Messvolumens, die am weitesten von den Kameras entfernt ist. Des weiteren wird der Relaxationsfaktor μ in Gleichung 2.11 und



(a) Tomografische Rekonstruktion unter Verwendung der MART. (b) Tomografische Rekonstruktion unter Verwendung der SMART.

Abbildung 2.30: Rekonstruierte Marker der Kalibrierplatte bei $Z = 100$ mm. Die Marker befinden sich auf zwei Ebenen. Es wurde der in Abbildung 2.6 rot markierte Bereich rekonstruiert. Zur Rekonstruktion wurden die für das gesamte Messvolumen aufgestellten Abbildungsfunktionen verwendet. Visualisierung der Marker durch Flächen gleicher Intensität. In (a) und (b) sind die Werte der dargestellten Flächen gleicher Intensität nicht identisch.

2.17 auf den Wert Eins gesetzt, bilineare Interpolationsfilter mit Radien der Seitenlänge eines Voxels verwendet und E mit dem Wert Eins initialisiert. Vor der Rekonstruktion werden die Projektionen, d.h. die Aufnahmen der vier Kameras, hoch- und tiefpassgefiltert (siehe Abschnitt 2.3.6).

Abbildung 2.30 zeigen die mit Flächen gleicher Intensität visualisierten rekonstruierten Marker nach 25 Iterationen der MART und der SMART. Die systematische Verteilung der Marker wie auf der realen Kalibrierplatte (siehe Abbildung 2.6) ist in der X - Y - sowie in der Y - Z -Ebene jeweils klar zu erkennen. Aus der Y - Z -Ebene geht zudem eindeutig die Anordnung der Marker in zwei verschiedenen Z -Ebenen hervor. Obwohl die Marker auf der Kalibrierplatte eigentlich dünne Scheiben sind, weisen die rekonstruierten Intensitäten der einzelnen Marker auch eine Ausdehnung in Z -Richtung auf. Daraus kann abgeleitet werden, dass die Marker als drei-dimensionale Objekte rekonstruiert werden.

Der Vergleich der MART- und SMART-Ergebnisse zeigt, dass bei Anwendung der SMART die rekonstruierte Intensitätsverteilung etwas verrauschter ist. Dies geht aus dem glatteren Verlauf der Intensität bei Anwendung der MART hervor (siehe Ansicht der X - Y -Ebene). Des weiteren weisen die rekonstruierten Marker in der Y - Z -Ebene bei Anwendung der SMART eine ge-

ringförmig größere Ausdehnung in Z -Richtung auf. Zusammengefasst zeigen die Ergebnisse, dass sowohl die MART als auch die SMART korrekt implementiert wurden.

2.4 Partikelverschiebung

Die Berechnung der Partikelverschiebung erfolgt im Rahmen der vorliegenden Arbeit mittels Kreuzkorrelationsalgorithmen, die ursprünglich für die planare (zwei-dimensionale) PIV entwickelt wurden. Dazu werden die Messvolumen in kleine Abfragevolumen unterteilt, die beispielsweise $32 \times 32 \times 32$ Voxel groß sind und überlappend angeordnet sein können. Für jedes dieser Abfragevolumen wird die Kreuzkorrelationsfunktion der rekonstruierten Intensitätsverteilung der Zeitpunkte t und $t + \Delta t$ berechnet. Die Position des Maximums der Korrelationsfunktion gibt dann Auskunft über die Verschiebung der Partikel in dem Abfragevolumen. Anschließend kann aus dieser Partikelverschiebung und der Zeit Δt zwischen den beiden betrachteten Zeitpunkten der drei-dimensionale Geschwindigkeitsvektor mit Gleichung 2.1 ermittelt werden. Diese Algorithmen sind in der Literatur zur zwei-dimensionalen PIV, wie beispielsweise Raffel *et al.* (2007), bereits ausführlichst diskutiert. Für den Einsatz bei der tomografischen PIV mussten sie lediglich um eine Dimension erweitert werden. Im Folgenden werden die im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzten Algorithmen daher nur kurz vorgestellt.

2.4.1 Standardkreuzkorrelation

Da die Intensitätsverteilungen bei der tomografischen PIV nur in diskreter Form vorliegen, muss zur Berechnung der Partikelverschiebungen die diskrete Kreuzkorrelationsfunktion ausgewertet werden. Die drei-dimensionale Kreuzkorrelationsfunktion $R(\Delta\vec{X})$ der Intensitätsverteilung $E(\vec{X})$ der Zeitpunkte t und $t + \Delta t$ in einem Abfragevolumen lässt sich in diskreter Form wie folgt berechnen:

$$R(\Delta\vec{X}) = \sum_X \sum_Y \sum_Z E(X, Y, Z, t) \cdot E(X + \Delta X, Y + \Delta Y, Z + \Delta Z, t + \Delta t) \quad (2.19)$$

Dabei sind $\Delta\vec{X} = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ der Verschiebungsvektor und $\vec{X} = (X, Y, Z)$ die Positionen der Intensitätswerte im Abfragevolumen.

Zur Verringerung der Rechenzeit für die Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion $R(\Delta\vec{X})$, wird diese nach dem Kreuzkorrelationstheorem mittels Fourier-Transformationen ausgewertet. Somit kann die Korrelationsfunktion in Gleichung 2.19 mit

$$R(\Delta\vec{X}) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[E(\vec{X}, t) \right] \cdot \mathcal{F}^* \left[E(\vec{X} + \Delta\vec{X}, t + \Delta t) \right] \right\} \quad (2.20)$$

dargestellt werden. $\mathcal{F}(\cdot)$ ist hier die Fourier-Transformation, $\mathcal{F}^*(\cdot)$ die konjugiert komplexe Fourier-Transformation und $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ die inverse Fourier-Transformation. Da die Intensitätsverteilungen in den Abfragevolumen nur in diskreter Form vorliegen, müssen jeweils diskrete Fourier-Transformationen berechnet werden, was mittels Schneller Fourier-Transformationen (*Fast Fourier Transforms*, FFTs) durchgeführt wird. Dabei kommt die FFT-Bibliothek FFTW3 (*Fastest Fourier Transform in the West*, Version 3) von Frigo & Johnson (2005) zum Einsatz.

Um die Korrelationskoeffizienten verschiedener Abfragevolumen und Messungen zu vergleichen, wird die Kreuzkorrelationsfunktion R normiert. Dazu wird die Kreuzkorrelationsfunktion R' unter Verwendung von Gleichung 2.20 für die mittelwertbereinigten Intensitätsverteilungen ausgewertet und anschließend durch die Wurzel des Produkts der Standardabweichungen σ der einzelnen Intensitätsverteilungen geteilt (siehe Raffel *et al.*, 2007):

$$\bar{R}(\Delta\vec{X}) = \frac{R'(\Delta\vec{X})}{\sqrt{\sigma[E(\vec{X}, t)]} \cdot \sqrt{\sigma[E(\vec{X}, t + \Delta t)]}} \quad (2.21)$$

\bar{R} nimmt somit Werte zwischen -1 und 1 an.

Die Position des Maximums der Kreuzkorrelationsfunktion \bar{R} gibt dann Auskunft über die Verschiebung der Partikel eines Abfragevolumens zwischen den beiden Zeitpunkten. Allerdings kann durch Auswertung der diskreten Kreuzkorrelationsfunktion diese Position nur direkt mit der Genauigkeit von einem Voxel ermittelt werden. Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird, wie auch bei der planaren PIV, die Korrelationsfunktion im Bereich um das Maximum interpoliert. Somit kann seine Position mit einer Genauigkeit von einem zwanzigstel bis einem zehntel eines Voxels, was im Folgenden als Subvoxelgenauigkeit bezeichnet wird, berechnet werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden zur Interpolation von \bar{R} drei eindimensionale 3-Punkt-Gauß-Kurven (engl. *three-point Gaussian peak fit*, siehe Raffel *et al.*, 2007) in X -, Y -, und

Z-Richtung verwendet. Zusätzlich wurden auch ein-dimensionale Whittaker-Funktionen (siehe Lourenço & Krothapalli, 1996; Raffel *et al.*, 2007; Rösgen, 2003) implementiert.

2.4.2 Fortgeschrittene Kreuzkorrelationsalgorithmen

Zum Erreichen einer hohen Messdynamik in einer PIV-Messung sind im Allgemeinen hohe Partikelverschiebungen nötig (Adrian, 1997). Die maximale Partikelverschiebung hängt dabei allerdings von der Größe der Abfragevolumen ab, die wiederum die räumliche Auflösung der Messung begrenzt. Bei der Auswertung der Kreuzkorrelationsfunktion mittels Fourier-Transformationen (Gleichung 2.20) darf die Partikelverschiebung in die einzelnen Koordinatenrichtung nicht größer als die Hälfte der jeweiligen Seitenlänge des Abfragefensters bzw. -volumens sein (Raffel *et al.*, 2007). Nach Raffel *et al.* (2007) wird im Allgemeinen für die obere Grenze der Partikelverschiebung sogar ein Viertel der jeweiligen Seitenlänge der Abfragefenster/-volumen angenommen, da bei großen Partikelverschiebungen bzw. bei großem Δt der Wert des maximalen Korrelationskoeffizient sinkt, was wiederum zu einer Verringerung des Signal-Rausch-Abstands der Korrelationsfunktion führt.

Um dennoch eine tomografische PIV-Messung mit großen Partikelverschiebungen und einer hohen räumlichen Auflösung, d.h. kleinen Abfragevolumen, auszuwerten, kann ein iterativer Mehrgitteralgorithmus (engl. *multigrid algorithm*), der ursprünglich für die zwei-dimensionale PIV entwickelt wurde (siehe hierzu Scarano, 2002; Soria, 1996), eingesetzt werden. Bei diesem Algorithmus wird in einer ersten Iteration ein Verschiebungsvektorfeld abgeschätzt, bei dem die Größe der Abfragevolumen so gewählt wird, dass oben genanntes Kriterium erfüllt ist. Im nächsten Iterationsschritt wird die Korrelationsfunktion nun mit den Intensitätsverteilungen der Zeitpunkte t und $t + \Delta t$ in Abfragevolumen, die bezüglich ganzzahliger Werte des vorher abgeschätzten Verschiebungsvektorfeldes gegeneinander verschoben sind, berechnet. Dabei wird die Größe der Abfragevolumen verkleinert, um die räumliche Auflösung der Messung zu erhöhen. Dadurch ist es möglich, Verschiebungen zu messen, die größer als die Hälfte bzw. ein Viertel der jeweiligen Seitenlänge der Abfragevolumen sind. In weiteren Iterationen wird so das geschätzte Verschiebungsvektorfeld verbessert und die Größe der Abfragevolumen verringert, wobei die notwendige Interpolation der Vektorfelder von gröberen Gittern (große Abfragevolumen und geringe Überlappung der Abfragevolumen) auf feinere Gitter (kleine Abfragevolumen

und große Überlappung der Abfragevolumen) mittels linearer Funktionen erfolgt.

In Abschnitt 2.1 wurde erwähnt, dass der Einfluss korrelierender Geisterpartikel bzw. -intensität, die systematische Fehler im gemessenen Geschwindigkeitsfeld verursachen können, durch hohe Gradienten im Verschiebungsvektorfeld verhindert bzw. verringert werden können. Andererseits beeinflussen große Verschiebungsgradienten innerhalb eines Abfragevolumens die Genauigkeit der Verschiebungsmessung. Um den Einfluss der Verschiebungsgradienten auf die Messgenauigkeit zu verringern, wurden ursprünglich für die zwei-dimensionale PIV Algorithmen entwickelt, in denen die Abfragefenster iterativ bezüglich des Verschiebungsfelds verformt werden (siehe Huang *et al.*, 1993; Scarano, 2002). Dieses Vorgehen wurde für den drei-dimensionalen Kreuzkorrelationalgorithmus erweitert und in den Ablauf des oben vorgestellten Mehrgitteralgorithmus integriert, indem die einzelnen Abfragevolumen bezüglich des abgeschätzten Verschiebungsvektorfelds zusätzlich verformt werden können. Dabei wird die lokale Verformung innerhalb eines Abfragevolumens mittels einer Taylorreihenentwicklung erster Ordnung berechnet:

$$\Delta \vec{X}(\vec{X}) = \Delta \vec{X}(\vec{X}_0) + \mathcal{J}_{\Delta \vec{X}}(\vec{X}_0) \cdot (\vec{X} - \vec{X}_0) \quad (2.22)$$

In der Gleichung ist \vec{X}_0 die Position des abgeschätzten Verschiebungsvektors im betrachteten Abfragevolumen und $\mathcal{J}(\cdot)$ die Jacobi-Matrix des Verschiebungsverlaufs, die an der Stelle \vec{X}_0 ausgewertet wird und in der die Gradienten der Verschiebungen in die einzelnen Koordinatenrichtungen enthalten sind. In der Implementierung werden die einzelnen Gradienten mit der Methode der kleinsten Quadrate unter Verwendung von ein-dimensionalen linearen Polynomfunktionen berechnet, wobei jeweils neben dem Wert an der Stelle \vec{X}_0 die beiden benachbarten Punkte in der entsprechenden Koordinatenrichtung berücksichtigt werden, sofern \vec{X}_0 nicht am Rand des Messvolumens liegt. Diese Vorgehensweise weicht von den in Raffel *et al.* (2007) vorgeschlagenen Methoden zur Berechnung der Gradienten ab, da die Methode der kleinsten Quadrate sich einfacher implementieren ließ.

Zur Auswertung der Kreuzkorrelationsfunktion mit Gleichung 2.20 müssen die Stützstellen (Positionen der Voxel) der Intensitätsverteilung in jede Koordinatenrichtung gleichmäßig verteilt sein. Dazu werden für die ursprünglichen Stützstellen der unverformten Abfragevolumen die entsprechenden Intensitätswerte durch Interpolation der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung bestimmt. Die Interpolation erfolgt mit B-Spline Funktionen dritter bis neunter

Ordnung (Raffel *et al.*, 2007; Thévenaz *et al.*, 2000), wozu die von Thévenaz *et al.* (siehe Thévenaz *et al.*, 2000) entwickelte C-Routine¹¹ verwendet wird. Die Routine zur zwei-dimensionalen Interpolation wurde dazu im Rahmen der vorliegenden Arbeit für die Interpolation im drei-dimensionalen Raum erweitert. Zur Stabilisierung der iterativen Berechnung innerhalb des Mehrgitteralgorithmus werden die geschätzten Geschwindigkeits- bzw. Verschiebungsfelder nach jeder Iteration tiefpassgefiltert (siehe Raffel *et al.*, 2007), wozu ein gleitender Medianfilter mit einer Kernelgröße von 3^3 Punkten verwendet wird. Die Filterung kann dabei N -mal durchlaufen werden.

Die Verformung der Abfragevolumen erfolgt in der Implementierung für jedes Abfragevolumen einzeln. Eine weitere Möglichkeit würde darin bestehen, das gesamte Messvolumen zusammenhängend zu verformen, wofür nach Raffel *et al.* (2007) im Allgemeinen weniger Rechenzeit benötigt wird. Allerdings muss dafür wesentlich mehr Arbeitsspeicher zur Verfügung gestellt werden, da neben der Intensitätsverteilung in den Messvolumen zu beiden Zeitpunkten im unverformten Zustand zusätzlich die jeweiligen Intensitätsverteilungen im verformten Zustand gespeichert werden müssen. Da jede Matrix einen Speicherbedarf von mehreren Gigabyte hat, ist dies bei der tomografischen PIV nicht praktikabel.

In der entwickelten Implementierung des Mehrgitteralgorithmus werden die Abfragevolumen symmetrisch bezüglich ihre Ausgangsposition \vec{X}_0 verschoben bzw. verformt. Dies entspricht der Approximation des Geschwindigkeitsfelds mittels zentraler Differenzen, wodurch das entwickelte PIV-Verfahren eine Genauigkeit zweiter Ordnung hat (Wereley & Meinhart, 2001).

2.5 Parallele Ausführung der Algorithmen

Zur schnellen Auswertung einzelner instantaner tomografischer PIV-Messungen sowie zur Auswertung speicherintensiver Datensätze ist eine parallele Ausführung der Rekonstruktions- und der Kreuzkorrelationsalgorithmen notwendig. In diesem Abschnitt wird vorgestellt, wie die entwickelten Algorithmen effizient parallel auf einem Hochleistungscomputercluster (HLCC) ausgeführt werden.

¹¹Der Quelltext der von Thévenaz *et al.* (2000) entwickelten Routine ist unter <http://bigwww.epfl.ch/thevenaz/interpolation> verfügbar.

2.5.1 Allgemeines

Normalerweise wird die Auswertung von planaren PIV-Aufnahmen sequentiell durchgeführt. Werden Prozessoren mit mehreren Kernen verwendet, kann die Auswertung mehrerer Aufnahmen mit der entsprechenden Anzahl von Kernen sequentiell durchgeführt werden. Diese Strategie ist für die Auswertung tomografischer PIV-Aufnahmen aufgrund des enormen Bedarfs an Arbeitsspeicher nur im begrenzten Umfang möglich. Um die Möglichkeiten von modernen Mehrkernprozessoren trotzdem nutzen zu können, ist eine effiziente Parallelisierung der Rekonstruktions- und Korrelationsroutinen nötig. Zudem können durch die parallele Ausführung der Rekonstruktions- und Kreuzkorrelationsroutine einzelne tomografische PIV-Messungen sehr schnell ausgewertet werden. Dies ist z.B. für eine schnelle Ermittlung der optimalen Parameter zum Auswerten einer gesamten Messreihe nötig.

Zur Parallelisierung eines Programms gibt es zwei unterschiedliche Konzepte. Diese unterscheiden sich in der Art der Verwendung des Arbeitsspeichers. Das erste Konzept zeichnet sich durch die gemeinsame Verwendung des Arbeitsspeichers aus und lässt sich mit Programmierschnittstellen wie OpenMP (engl. *open multi-processing*, siehe z.B. Hoffmann & Lienhart, 2008) sehr leicht umsetzen. Allerdings können die Rechenoperationen dabei nur mit den Kernen eines Prozessors durchgeführt werden. Soll die Arbeitslast hingegen auf Prozessoren bzw. auf Kernen verschiedener Computer¹² verteilt werden, muss die Parallelisierung mittels MPI (engl. *message passing interface*, siehe z.B. Gropp *et al.*, 1999) erfolgen. Jedem Prozess wird dabei ein separater Arbeitsspeicher zugewiesen, wodurch die Aufteilung des benötigten Arbeitsspeichers auf mehrere Computer möglich wird. Der Nachteil dieses Konzepts ist hingegen ein höherer Programmieraufwand und die bei den Berechnungen zusätzliche Zeit zum Austausch von Daten zwischen den Prozessen. Da die Verteilung der Arbeitsspeicherauslastung auf mehrere Computer eine höhere Flexibilität bietet, wurde die Parallelisierung der entwickelten tomografischen PIV-Routinen mittels MPI umgesetzt.

2.5.2 Parallelisierung

Eine effiziente Parallelisierung der Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung mit der MART ist wegen der sequentiellen Korrektur der

¹²Diese werden im Folgenden als Prozesse bezeichnet.

Voxelintensitäten mit MPI nicht möglich. Zwar besteht prinzipiell die Möglichkeit sowohl die aktuellen Projektionsintegrale (Vorwärtsprojektion, Gleichung 2.10) als auch die Korrektur der Intensität der Voxel parallel durchzuführen. Dafür müssten allerdings alle Prozesse auf die gleichen Daten im Arbeitsspeicher zugreifen können, was eine Parallelisierung mit beispielsweise OpenMP erfordert. Eine derartige Parallelisierung wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht umgesetzt, weswegen bei der Auswertung einer Messreihe mit der MART nur die für planare PIV-Datensätze übliche gleichzeitige sequentielle Auswertung mit verschiedenen Kernen verwendet wird. Somit ist keine schnelle Auswertung einzelner Aufnahmen mit der MART möglich.

Im Gegensatz hierzu eignet sich die in der vorliegenden Arbeit entwickelte SMART sehr gut für die parallele Ausführung mittels MPI. Dabei werden von jedem Prozess für ein Teil der Voxel des Messvolumens die jeweiligen Anteile an den aktuellen Projektionsintegralen (Vorwärtsprojektion, Gleichung 2.16) einer einzelnen Kameraaufnahme berechnet. Diese werden dabei in der Bildebene aufsummiert (siehe Abschnitt 2.3.2). Jeder Prozess muss somit die Intensität der Voxel, für die er Berechnungen durchführt, die Partikelbildaufnahmen aller Kameras und die Matrix mit den Vorwärtsprojektionen für eine Kamera in seinem Arbeitsspeicher ablegen. Die jeweils berechneten Anteile an den Projektionsintegralen werden dann zwischen den einzelnen Prozessen synchronisiert. Anschließend werden auf Basis der berechneten (und synchronisierten) Projektionsintegrale der aktuellen Kameraaufnahme von jedem Prozess die Intensität eines Teils der Voxel im Messvolumen korrigiert (Rückwärtsprojektion, Gleichung 2.17). Hierbei gilt, dass ein Prozess die Berechnungen genau für den Teil der Voxel durchgeföhrt, für den er zuvor im Vorwärtsprojektionsschritt zuständig war. Deren Intensität hat er somit im Arbeitsspeicher zur Verfügung.

Wie bereits in Abschnitt 2.3.2 angesprochen, wird für die hier vorgestellte SMART-Version weniger Speicher benötigt als dies in der ursprünglichen von Mishra *et al.* (1999) vorgestellten SMART der Fall ist. Dies kommt vor allem bei einer parallelen Ausführung der Implementierungen mit vielen Prozessen zum Tragen. Bei Mishra *et al.* (1999) beruht die Rückwärtsprojektion nicht nur auf den Vorwärtsprojektionen einzelner Kameraaufnahmen, sondern auf den Vorwärtsprojektionen aller Kameraaufnahmen. Somit müssen für eine parallele Bearbeitung von jedem Prozess die Matrizen mit den Vorwärtsprojektionen aller Kameras im Arbeitsspeicher abgelegt werden. Da die Auflösung der Kameraaufnahmen in den im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeföhrt Experimenten nur etwa 1,4 Megapixel beträgt, stellt der höhere Speicherbedarf

der SMART von Mishra *et al.* (1999) kein Problem dar. Allerdings kann dieser Mehrbedarf an Arbeitsspeicher beim Einsatz von höher auflösenden Kameras für eine parallele Ausführung der SMART von Mishra *et al.* (1999) problematisch werden. Durch die in der vorliegenden Arbeit vorgenommene Modifikation im Ablauf der SMART kann beispielsweise bei Verwendung von vier Kameras mit einer Auflösung von 16 Megapixeln und paralleler Ausführung auf einem Prozessor mit 12 Kernen (entspricht 12 Prozessen) ca. 4,6 GB Arbeitsspeicher eingespart werden.

Darüber hinaus wurde eine parallele auf der MPI-Bibliothek basierende Version des Kreuzkorrelationsalgorithmus (siehe Abschnitt 2.4) entwickelt. In der parallelen Version berechnet jeder Prozess eine gewisse Anzahl an Verschiebungsvektoren innerhalb der Messvolumen, wobei von den einzelnen Prozessen nur der dafür benötigte Teil der rekonstruierten Intensitätsmatrizen im Arbeitsspeicher abgelegt werden muss. Beim Einsatz iterativer Korrelationsverfahren, wie dem Mehrgitter-Algorithmus (siehe Abschnitt 2.4.2), schicken alle Prozesse nach Abschluss einer Iteration die berechneten Verschiebungsvektoren an einen Prozess. Dieser nimmt dann eine mögliche Validierung und Filterung der Daten vor und berechnet auch Verschiebungsgradienten für eine mögliche Verformung der Abfragevolumen (siehe hierzu Abschnitt 2.4.2). Anschließend verteilt der Prozess die entsprechenden Daten wieder.

Auf eine Entwicklung einer parallelen Version der Volumenselbstkalibrierung wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit verzichtet, da diese für jede Messreihe nur einmal ausgeführt werden muss. Des weiteren ist die für die Selbstkalibrierung benötigte Rechenzeit viel geringer als für die Durchführung der tomografischen Rekonstruktion und der Kreuzkorrelation einer gesamten Messreihe.

2.5.3 Bewertung der Parallelisierung

Zur Untersuchung der Leistungsfähigkeit der Parallelisierung wird die Beschleunigung der Berechnung sowie die Effizienz der parallelen Implementierungen untersucht. Die Beschleunigung a_n ist das Verhältnis aus der Rechenzeit t_0 bei Verwendung eines Prozesses und der Rechenzeit t_n bei n Prozessen der parallelen Version:

$$a_n = \frac{t_0}{t_n} \quad (2.23)$$

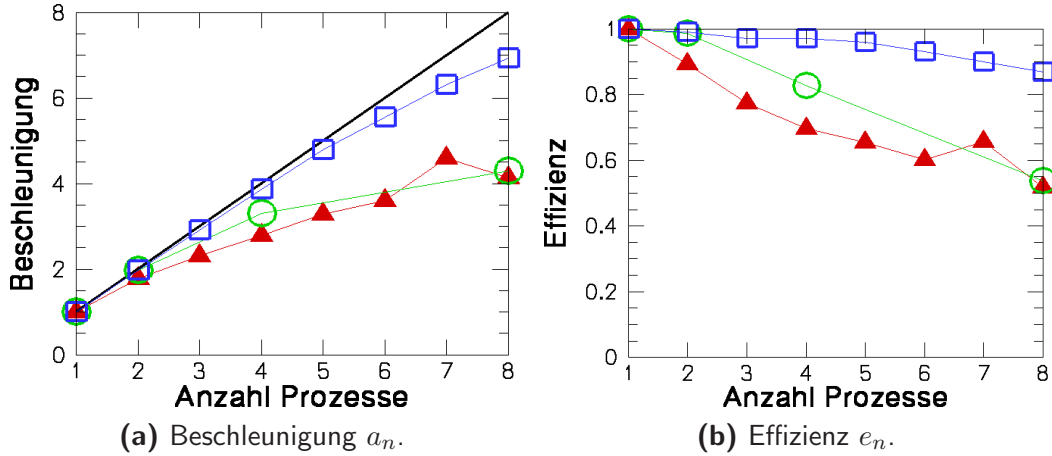


Abbildung 2.31: Beschleunigung der Berechnung durch Parallelisierung der Algorithmen und deren Effizienz als Funktion der Anzahl der Prozesse (\square – MART, \blacktriangle – SMART, \bigcirc – Kreuzkorrelation, — ideale Beschleunigung).

Da bei der parallelen Ausführung der MART Einzelmessungen sequentiell von verschiedenen Prozessen parallel ausgewertet werden, wird die Rechenzeit bei Verwendung von n Prozessen in Gleichung 2.23 zusätzlich noch durch die Anzahl der gleichzeitig ausgewerteten Einzelmessungen n_e geteilt. Somit lässt sich die Beschleunigung a_n der MART mit

$$a_n = \frac{n_e \cdot t_0}{t_n} \quad (2.24)$$

berechnen. Die Anzahl der ausgewerteten Einzelmessungen n_e entspricht dann gleichzeitig der Anzahl der Prozesse n . Aus dem Verhältnis der Beschleunigung a_n und der Anzahl der Prozesse n kann anschließend die Effizienz e_n der Parallelisierung ermittelt werden:

$$e_n = \frac{a_n}{n} \quad (2.25)$$

Im idealen Fall beträgt die Beschleunigung a_n der Anzahl der Prozesse n . Dies würde einer Effizienz e_n von eins entsprechen, die in der Praxis aufgrund der Zeit, die für Kommunikation zwischen den einzelnen Prozessen benötigt wird, nicht erreicht wird.

In Abbildung 2.31 ist die Beschleunigung a_n der MART-, SMART- und Kreuzkorrelationsroutinen sowie deren Effizienz e_n als Funktion der Anzahl der Prozesse dargestellt. Die Testrechnungen zum Aufstellen der Diagramme wurden mit dem Datensatz, der zur Ermittlung der Rechenzeit für die MART und die SMART herangezogen wurde (siehe Abschnitt 2.3.1 und 2.3.2), durchgeführt. Dafür wurde der gleiche Arbeitsplatzcomputer verwendet, der über

zwei Prozessoren mit jeweils vier Kernen verfügt. Die MART und die SMART wurden jeweils fünfmal iteriert und die Kreuzkorrelation wurde für alle Abfragevolumen nur einmal durchlaufen (kein iterativer Algorithmus). Die Größe der Abfragevolumen betrug 96^3 Voxel und sie waren mit 75 % Überlappung angeordnet. Die Zeiten in Gleichung 2.23 und 2.24 entsprechen der realen Rechenzeit (engl. *wall clock time*), die auch die zum Ein- und Auslesen der Daten benötigte Zeit beinhaltet. Wenn die Algorithmen mit vier Prozessen ausgeführt werden, beträgt die Beschleunigung der SMART und Kreuzkorrelation 2,8 bzw. 3,3, was einer Effizienz von 0,7 bzw. 0,825 entspricht (Abbildung 2.31(b)). Mit der gleichzeitigen sequentiellen Auswertung der Daten mit der MART wird hingegen eine Beschleunigung von 3,9 erreicht, was einer Effizienz von annähernd eins entspricht ($e_4 = 0,975$). Eine Erhöhung der Anzahl der Prozesse auf acht führt zur Erhöhung der Beschleunigung der Rechenzeit der SMART und der Kreuzkorrelation auf etwa 4,2, was allerdings einer Effizienz von nur noch 0,53 entspricht. Mit der MART kann hingegen eine Beschleunigung von etwa 6,9 erreicht werden. Dies entspricht einer Effizienz von 0,86. Allerdings muss hierbei berücksichtigt werden, dass die Anwendung der MART-Parallelisierung stark durch die Größe des verfügbaren Arbeitsspeichers begrenzt ist, da jeweils die Intensitätsmatrizen der Einzelmessungen, die parallel ausgewertet werden, im Arbeitsspeicher abgelegt werden müssen.

Es wurde des weiteren festgestellt, dass mit der parallelen Implementierung der Kreuzkorrelationsroutine eine größere Beschleunigung bei kleineren Abfragevolumen erreicht werden kann. In Abbildung 2.32 ist die Beschleunigung bei der Verwendung von acht Prozessen als Funktion der Größe der Abfragevolumen dargestellt. Es zeigt sich, dass bei kubischen Abfragevolumen mit einer Größe von 32^3 bis 96^3 Voxel eine konstante Beschleunigung der Berechnung von etwa vier erreicht wird, was einer Effizienz von nur 0,5 entspricht. Die Verringerung der Größe der Abfragevolumen auf 24^3 bzw. 16^3 Voxel führt hingegen zu einer Erhöhung der Beschleunigung auf etwa 5,8. Dies entspricht dann einer Effizienzsteigerung um annähernd 50 % auf 0,73. Es wird vermutet, dass diese Beobachtung auf die Größe des Pufferspeichers des Prozessors zurückzuführen ist. Bei kleineren Abfragevolumen können mehr Daten im Pufferspeicher abgelegt werden, wodurch geringere Auswertezeiten erzielt werden können.

Wie bereits erwähnt, ist mit der entwickelten MPI-Parallelisierung eine parallele Ausführung der Routinen auf mehreren Prozessoren möglich, die mittels Netzwerk miteinander verbunden sind. Dies ist beispielsweise nötig, wenn der verfügbare Arbeitsspeicher eines einzelnen Prozessors (der mehrere Kerne ha-

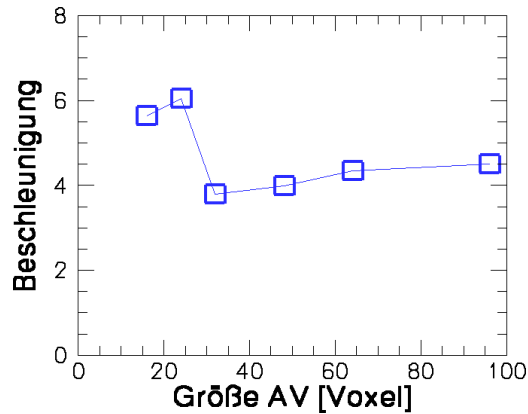


Abbildung 2.32: Beschleunigung der Berechnung durch Parallelisierung der Implementierung der Kreuzkorrelation als Funktion der Seitenlänge der kubischen Abfragevolumen (AV) bei Ausführung durch acht Prozesse.

ben kann) zu gering ist. Jedoch bedeutet das auch eine Verringerung der Beschleunigung und somit auch der Effizienz der Parallelisierung, da mehr Zeit zum Austausch der Daten zwischen den Prozessen über das Netzwerk benötigt wird. Es sei angemerkt, dass durch Verwendung von 4 bzw. 2 Byte Variablen für die Speicherung der drei-dimensionalen Intensitätsmatrizen in der Rekonstruktions- bzw. Korrelationsroutine auch der Speicherbedarf verringert werden kann (siehe Scarano & Poelma, 2009). In der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Implementierung werden die Intensitäten hingegen mit doppelter Genauigkeit als 8 Byte Variablen gespeichert.

2.5.4 Ausführung auf HLCC

Für die schnelle Auswertung einer großen Anzahl an Einzelmessungen werden die tomografischen PIV-Routinen auf einem Hochleistungscomputercluster (HLCC) ausgeführt. Bei dem verfügbaren Linux-HLCC stehen für jeden Benutzer maximal 96 Kerne zur Verfügung. Ein Knoten des HLCCs ist dabei mit zwei AMD *quad-core* Opteron Barcelona HE Prozessoren mit 1,9 GHz (d.h. acht Kerne) ausgestattet, die auf insgesamt 16 GB Arbeitsspeicher zugreifen können.

Bei der umgesetzten Vorgehensweise wird für eine bestimmte Anzahl an Einzelmessungen (jeweils zum Zeitpunkt t und $t + \Delta t$) die SMART und anschließend die Kreuzkorrelation parallel auf nur einem Knoten durchgeführt. Somit kann die Zeit für den Datentransfer zwischen den Knoten über das Netzwerk eingespart werden. Beim Einsatz der MART für die Rekonstruktion werden hingegen auf einem Knoten acht Einzelmessungen gleichzeitig sequentiell aus-

gewertet, sofern der gesamte Bedarf an Arbeitsspeicher geringer als 16 GB ist. Dabei werden die Berechnungen jeweils zuerst für den Zeitpunkt t und anschließend für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ durchgeführt. Nach der Rekonstruktion werden die Verschiebungsvektoren auf dem gleichen Knoten parallel ermittelt.

Kapitel 3

Untersuchungen in der Konvektionszelle

Die in diesem Kapitel diskutierten experimentellen Untersuchungen mit dem entwickelten tomografischen PIV-System wurden in einer thermischen Konvektionszelle durchgeführt. Die Konvektionszelle kann als ein stark vereinfachtes Modell einer halben Flugzeugpassagierkabine angesehen werden (vgl. z.B. Kühn *et al.*, 2009).

3.1 Experimentelle Aufbauten

In diesem Abschnitt werden die entwickelten experimentellen Aufbauten vorgestellt. Dies umfasst die Konvektionszelle, die tomografischen PIV-Aufbauten und den Messaufbau des planaren PIV-Systems. Zusätzlich werden die durchgeführten Messreihen erläutert.

3.1.1 Konvektionszelle

In Abbildung 3.1 ist ein Foto der entwickelten Konvektionszelle zu sehen. Eine Skizze der Zelle zeigt zudem Abbildung 3.2. Die Konvektionszelle ist 2,5 m lang und hat einen quadratischen Querschnitt von 0,5 m \times 0,5 m. Luft wird im oberen Bereich durch einen Einlasskanal (c in Abbildung 3.1 und 3.2) in die Konvektionszelle geführt. Dieser Kanal hat eine Höhe von 25 mm, eine Länge von 30 Kanalhöhen und ist an einer Längsseite der Konvektionszelle angebracht. Im vorderen Teil des Kanals ist ein Gleichrichter mit Bienenwabenstruktur installiert, der eine Länge von 100 mm aufweist. Somit können laterale Geschwindigkeitskomponenten in der Zuluft gedämpft werden. Die sechseckigen Waben des Gleichrichters haben einen inneren Radius von 3 mm. Nachdem die Luft in

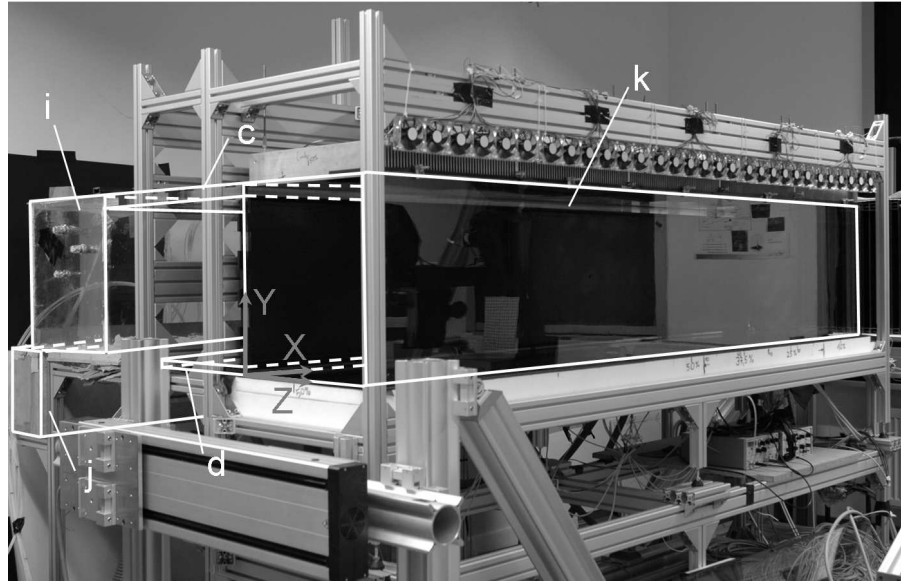


Abbildung 3.1: Foto der Konvektionszelle (c – Lufteinlass, d – Luftauslass, i – Kammer für Partikelzufuhr, j – Beruhigungskammer, k – Bereich der Strömung in Konvektionszelle).

der Konvektionszelle zirkuliert ist, verlässt sie diese durch den Auslasskanal (d) am Boden der Zelle wieder. Dieser befindet sich an der gleichen Längsseite wie der Einlasskanal. Der Auslasskanal hat eine Höhe von 15 mm und eine Länge von 30 Kanalhöhen.

Die Luft wird durch ein drehzahlgeregeltes Radialgebläse in den Lufteinlasskanal befördert. Bevor sie eintritt, wird sie mit Hilfe einer Beruhigungskammer (j) gleichmäßig in Kanallängsrichtung verteilt. Zwischen der Beruhigungskammer und dem Einlasskanal befindet sich zudem eine weitere Kammer (i), die zum Einbringen der Impfpartikel nötig ist (siehe Abschnitt 3.1.2). Die Menge der zugeführten Luft wird mittels Normmessblende nach DIN EN ISO 5167-1 und -2 zwischen Radialgebläse und Beruhigungskammer bestimmt.

Die Vermessung des Geschwindigkeitsprofils entlang der Längsrichtung am Ende des Lufteinlasses bzw. am Eintritt in die Konvektionszelle zeigt, dass mit dieser Luftzufuhr eine gleichmäßige Verteilung der Luft in Längsrichtung des Einlasses erreicht wird. Bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit beträgt die räumliche Standardabweichung der Einlassgeschwindigkeit nur 4,0 Prozent für einen Volumenstrom von 20,0 Liter pro Sekunde. Dieser wurde bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen eingestellt (siehe Abschnitt 3.1.3).

Um in der Zelle thermischer Konvektion realisieren zu können, ist die Bo-

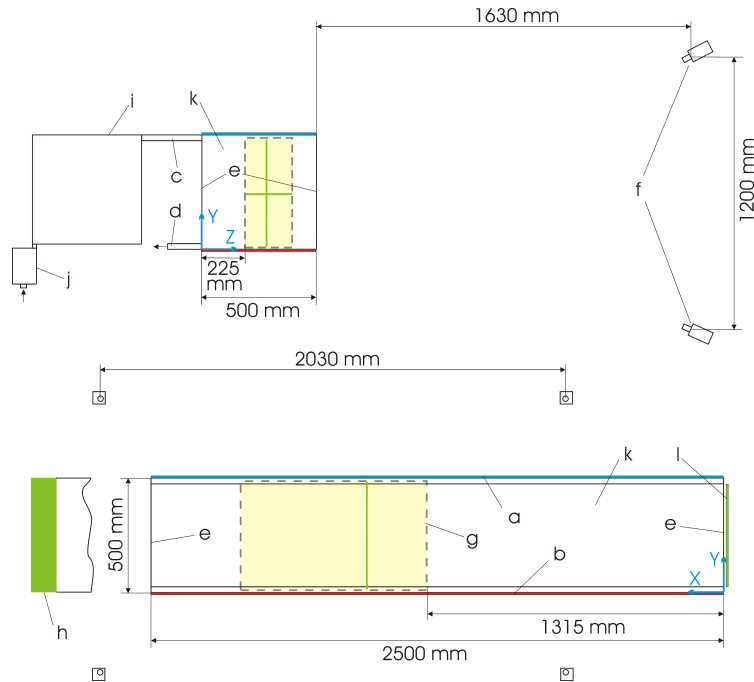


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Konvektionszelle und des tomografischen PIV Aufbaus (Kamerasystem 1). Oben ist die Y - Z -Ebene ohne h und l und unten die X - Y -Ebene ohne i und j dargestellt (a – Kühlplatte, b – Heizplatte, c – Lufteinlass, d – Luftauslass, e – transparente Seitenwände, f – Kameras, g – Messvolumen, h – LED-Lichtquelle, i – Kammer für Partikelzufuhr, j – Beruhigungskammer, k – Bereich der Strömung in Konvektionszelle, l – Spiegel). Grüne Linien im Messvolumen kennzeichnen Positionen, an denen für Abschnitt 3.2 Geschwindigkeitsinformationen extrahiert werden.

denplatte beheizbar. Sie besteht aus fünf einzelnen Segmenten (Aluminium, je $0,5\text{ m} \times 0,5\text{ m}$ groß, 37 mm dick), die jeweils ein mit Wasser durchströmtes Rohrsystem aufweisen. Die Temperatur des Wassers wird über ein Temperiergerät (TT-188, Tool Temp AG) geregelt. Damit wird eine gleichmäßige Verteilung der Oberflächentemperaturen mit $\pm 0,5\text{ K}$ erreicht. Die Decke der Konvektionszelle ist aus fünf Kühlkörpern (Aluminium, je $0,5\text{ m} \times 0,5\text{ m}$) aufgebaut. Auf deren Außenseite befinden sich Kühlrippen, die eine passive Kühlung ermöglichen. Somit kann neben erzwungener Konvektion auch thermische Konvektion und gemischte Konvektion als Überlagerung der thermischen und erzwungenen Konvektion in der Konvektionszelle erzeugt werden. Sowohl die Boden- als auch die Deckenplatte sind parallel zum Boden des Labors ausgerichtet. Demzufolge zeigt der Vektor der Erdbeschleunigung g in negative Y -Richtung (siehe Koordinatensystem in Abbildung 3.1 und 3.2).

Die Seitenwände und die Ein- und Auslasskanäle der Zelle bestehen aus 10 mm dicken Polycarbonat. Dadurch ist die optische Zugänglichkeit zum Mess-

bereich in der Zelle gegeben. Für eine detaillierte Beschreibung des Aufbaus der Konvektionszelle wird auf Schmeling (2008) verwiesen.

Zur Kontrolle der thermischen Randbedingungen sind je 25 Widerstandstemperatursensoren (Pt100 1/3 DIN B) in die Heiz- sowie Kühlplatte integriert. Die Temperatur der ein- und ausströmenden Luft wird mit drei bzw. neun weiteren Pt100-Temperatursensoren erfasst. Zudem sind 27 dieser Sensoren in der Umgebung der Konvektionszelle installiert, um die Temperatur der Umgebungsluft zu messen. Die Temperatursignale werden sequentiell mittels eines Multimeters (Modell 3706, Keithley Instruments, Inc.) aufgezeichnet.

3.1.2 Tomografische PIV-Aufbauten

Für die Untersuchungen in der Konvektionszelle wurden zwei verschiedene Kameraaufbauten verwendet, bei denen sich die Dicke der Messvolumen unterscheidet. Die Abmessungen der Messaufbauten (Messvolumen, Kameraabstand) sind denen des Aufbaus, der für die Voruntersuchungen in Kapitel 2 eingesetzt wurde, sehr ähnlich. Der Aufbau des Kamerasystems 1 ist schematisch in Abbildung 3.2 dargestellt. Er besteht aus vier Kameras mit einer räumlichen Auflösung von jeweils 1392×1024 Pixel (pixelfly, PCO AG), wobei jede Kamera mit einem $f = 21$ mm Objektiv (Distagon T* 2.8/21, Carl Zeiss) ausgestattet ist. Die Blende der Objektive beträgt $f/4$ und die Kameras sind in einem Winkel von 30° und 20° in X - bzw. Y -Richtung bezüglich der Z -Richtung geneigt (siehe Abbildung 3.2). Kamerasystem 1 beobachtet das in Abbildung 3.2 skizzierte Messvolumen der Größe von ca. $750 \text{ mm} \times 450 \text{ mm} \times 165 \text{ mm}$. Dieses wird im Folgenden als dünnes Messvolumen bezeichnet.

Kamerasystem 2 besteht aus fünf der oben beschriebenen Kameras und Objektiven (Blende $f/4$). Das Messvolumen beträgt $840 \text{ mm} \times 500 \text{ mm} \times 240 \text{ mm}$ und ist somit 75 mm dicker als das von Kamerasystem 1. Es wird daher als dickes Messvolumen bezeichnet. Die Position des Messvolumens und die Anordnung der fünf Kameras sind in Abbildung 3.3 dargestellt. Die X - und Y -Positionen des dicken Messvolumens entsprechen in etwa denen des dünnen Messvolumens. Im Gegensatz zum Kamerasystem 1 sind die Kameras bei Kamerasystem 2 jedoch so angeordnet, dass jede die gesamte Höhe des Messvolumens erfasst.

Die in den Messungen eingesetzten Helium-gefüllten Seifenblasen mit einem Durchmesser von etwa 0,2 bis 0,3 mm wurden mit dem in Bosbach *et al.* (2009) beschriebenen Seifenblasengenerator erzeugt. Der Generator steuert zwei Dü-

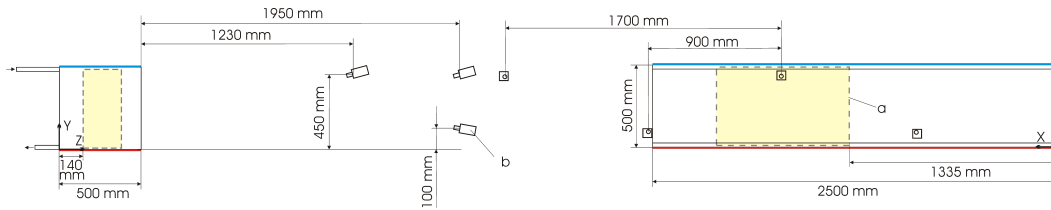


Abbildung 3.3: Aufbau Kamerasystem 2 zur Untersuchung der Strömung in dem dicken Messvolumen (a – Messvolumen, b – Kameras). Die beiden äußeren Kameras haben einen Abstand von 1230 mm in *Z*-Richtung von der Konvektionszelle.

sen, die pro Sekunde jeweils ca. 200000 Seifenblasen erzeugen (Bosbach *et al.*, 2009). Die Menge der Druckluft und des Heliums wird dabei über gemeinsame Nadelventile geregelt während die Menge der Seifenlösung über getrennte Nadelventile eingestellt wird. Vor den Messungen wurden die Seifenblasen in einen Raum, in dem eine Luftströmung ausgeschlossen werden kann, geführt. Somit konnte die Auftriebsneutralität der Seifenblasen mit den aktuellen Einstellungen am Generator geprüft werden. Um sicherzustellen, dass die Impfpartikel störungsfrei und in Längsrichtung des Messbereichs gleichmäßig verteilt zugeführt werden können, wurden sie in eine Kammer, die zwischen Beruhigungskammer und Einlasskanal installiert ist (siehe Abbildung 3.1 und 3.2), geführt. Die Abmessung dieser Kammer, an deren hinteren Längswand die Düsen angebracht sind, beträgt $0,48 \text{ m} \times 0,48 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}$.

Bei den tomografischen PIV-Messungen sollten die Seifenblasen in einem scharf abgegrenzten Volumen möglichst gleichmäßig beleuchtet werden. Um dies zu gewährleisten wurde eine spezielle Lichtquelle, die aus einer Anordnung von LEDs (engl. *light emitting diodes*) besteht, entwickelt. Der Einsatz dieser LED-Lichtquelle erwies sich auf Grund der folgenden Merkmale als besonders günstig für die tomografische PIV in großen Messvolumen:

1. Äußerst kostengünstig (insbesondere im Vergleich zu Lasern).
2. Kein Nachleuchten im Vergleich zu anderen kostengünstigen Lichtquellen wie Xenon-Blitzlampen (siehe auch Willert *et al.*, 2010).
3. Sehr gute Reaktionszeiten (siehe auch Willert *et al.*, 2010).
4. Zeitlich und räumlich konstante Ausleuchtung (siehe unten).

Der zweite Punkt ist insbesondere für PIV-Anwendungen von besonderer Bedeutung, da durch Nachleuchten der Lichtquelle die Partikelbilder verschmiert abgebildet werden können. Des weiteren ist die zeitlich und räumlich konstante Ausleuchtung für tomografische PIV wichtig, da so die Effektivität der Filte-

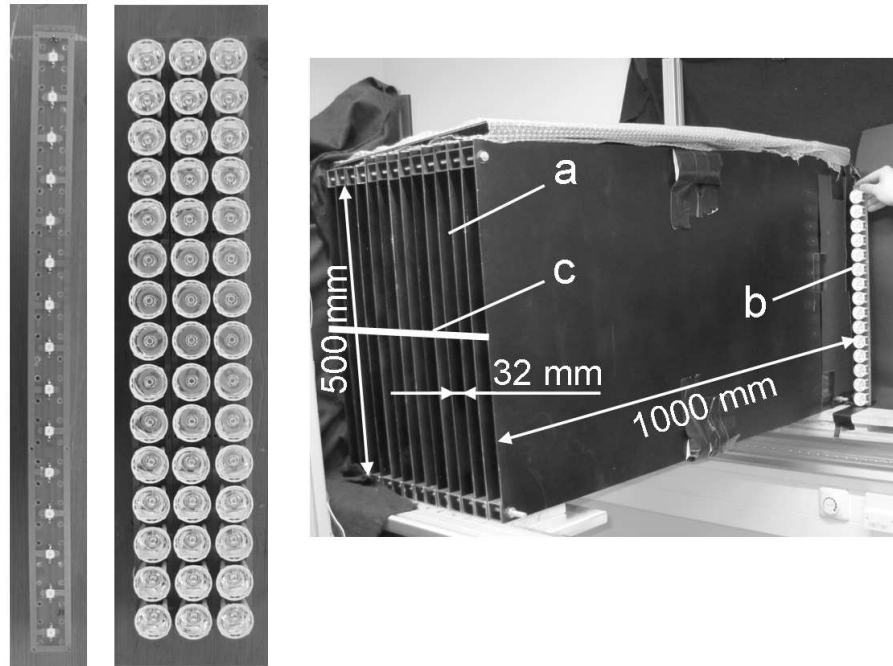


Abbildung 3.4: LED-Leiste bestehend aus 15 LEDs (links), drei LED-Leisten mit Optiken (Mitte) und gesamte LED-Lichtquelle (rechts). a – schwarze Kanäle, b – Position LED-Leisten, c – Y-Position des in Abbildung 3.5(a) gezeigten Intensitätsprofils.

rung (siehe Abschnitt 2.3.6) und somit die Qualität der Geschwindigkeitsmessung gesteigert werden kann.

Die entwickelte LED-Lichtquelle ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Sie besteht aus bis zu 225 handelsüblichen und kostengünstigen LEDs (Golden DRAGON Plus, LUW W5AM-LX-LY, weißes Licht, Osram GmbH), die laut Datenblatt jeweils einen Lichtstrom von 112 Lumen bei einem Vorwärtstennstrom von 350 mA aufweisen. Für PIV in thermischen Konvektionsströmungen auf großen Blickfeldern werden im Allgemeinen Lichtpulse unter einer Millisekunde benötigt. Während dieser kurzen Pulse können die LEDs allerdings gefahrlos mit wesentlich höheren Spitzenströmen gespeist werden (siehe Hiller *et al.*, 1987), wodurch sich ihre Helligkeit erhöht. Dieser Spitzenstrom betrug in dieser Anwendung 7 A. Durch die Ansteuerung der LEDs können zudem die Länge der Lichtpulse sowie die Zeit zwischen den einzelnen Pulsen über ein TTL-Triggersignal eingestellt werden.¹ In den hier diskutierten Messungen betrug die Länge der Lichtpulse zwischen 0,5 und 0,9 ms und die Zeit zwischen zwei PIV-Lichtpulsen zwischen 30 und 75 ms sowie 1,5 s zwischen den PIV-Doppelpulsen.

Wie Abbildung 3.4 (links) veranschaulicht, sind 15 LEDs untereinander auf

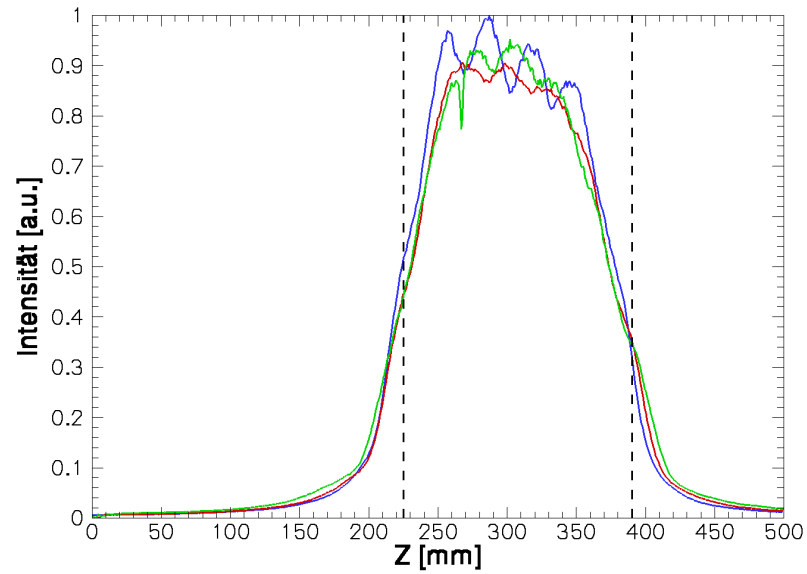
¹Die Ansteuerung wurde in der Mechatronik-Werkstatt des DLRs in Göttingen entwickelt.

einer Platine² mit einer Höhe von 500 mm angeordnet. Zur Verringerung des ursprünglichen Öffnungswinkels des Lichtkegels der LEDs von 160° auf 6 bis 10° werden diese jeweils mit einer kostengünstigen Optik (Conrad Electronic SE), die aus einem Hohlspiegel besteht, bestückt (siehe Abbildung 3.4 Mitte). Das Licht jeder LED-Leiste wird anschließend durch einen schwarzen Kanal mit einer Dicke von 32 mm und einer Länge von etwa 1000 mm geführt (siehe Abbildung 3.4 rechts), um eine weitere Bündelung des Lichts zu erreichen. Durch den modularen Aufbau der Lichtquelle (jede LED-Leiste kann einzeln angesteuert werden) kann die Dicke des Messvolumens einfach angepasst werden.

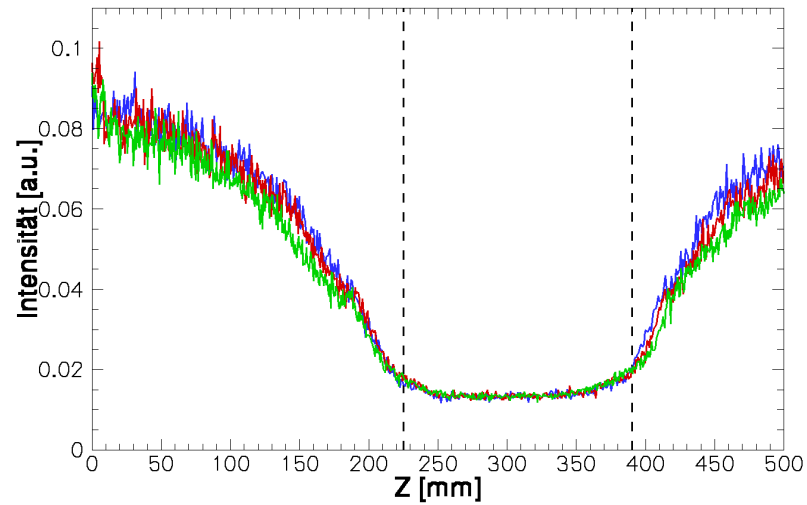
Während für die Messungen in dem dünnen Volumen mit Kamerasystem 1 fünf LED-Leisten eingesetzt wurden, wurde das dicke Messvolumen mit sechs LED-Leisten ausgeleuchtet. Abbildung 3.5(a) zeigt das mittlere Intensitätsprofil für das dünne Messvolumen, wobei die Intensität als Funktion der Z -Richtung bei $Y = 250$ mm für drei verschiedene Abstände von der Lichtquelle in X -Richtung dargestellt ist (Koordinatensystem in Abbildung 3.2).³ $X = 2115$ mm ist dabei die X -Position der Seite des Messvolumens, die der Lichtquelle zugewandt ist, $X = 1315$ mm die X -Position der Seite des Messvolumens, die der Lichtquelle abgewandt ist und $X = 1715$ mm die Position der Mitte des Messvolumens. In das Diagramm sind zusätzlich die Begrenzungen des dünnen Messvolumens in Z -Richtung eingezeichnet. Die Verläufe weisen in der Mitte ein Plateau der Breite von ca. 100 mm auf. Zudem treten im Profil bei $X = 2115$ mm vier kleine lokale Intensitätsmaxima auf, die durch Überlagerung des Lichts an den Rändern zwischen zwei LED-Streifen bzw. Kanälen entstehen. Wie an den beiden anderen Profilen ($X = 1715$ und 1315 mm) zu sehen ist, nimmt die Auswirkung dieses Effekts mit zunehmender Entfernung von der Lichtquelle ab. An der Seite der Profile sinkt die Intensität auf 50 Prozent des Werts des Plateaus über eine Länge von ca. 25 mm ab. Der Vergleich des Verlaufs der drei Intensitätsprofile an den Rändern zeigt, dass sich diese und somit das ausgeleuchtete Volumen mit zunehmender Entfernung von der Lichtquelle kaum aufweiten. Die verbleibende Aufweitung kann mit weniger als 1° über die gesamte Länge des Messvolumens von ca. 800 mm abgeschätzt

²Diese Platinen wurden von Tobias Dehne im Rahmen seiner Tätigkeit als studentische Hilfskraft entwickelt.

³Die Messung erfolgte mittels eines aus Pergamentpapier aufgebauten Schirms, welcher in der jeweiligen Messebene aufgestellt ist. Eine parallel zum Schirm ausgerichtete CCD-Kamera nimmt die Intensität auf dem Schirm auf. Die Messebenen sind in der Y - Z -Ebene ausgerichtet. Die Aufnahme Frequenz beträgt 2/3 Hertz und es werden 250 Aufnahmen je Messposition gemacht.



(a) Mittelwert der Intensität, normiert mit maximaler Intensität.



(b) Standardabweichung der Intensität, normiert mit lokalem Mittelwert der Intensität.

Abbildung 3.5: Mittelwert und Standardabweichung der Intensitätsverteilung der aus fünf LED-Leisten bestehenden LED-Lichtquelle bei $Y \approx 250$ mm an verschiedenen X -Positionen zur Ausleuchtung des dünnen Messvolumens (— $X = 2115$ mm, — $X = 1715$ mm, — $X = 1315$ mm). Gestrichelte Linien stellen die Dicke des rekonstruierten Messvolumens dar.

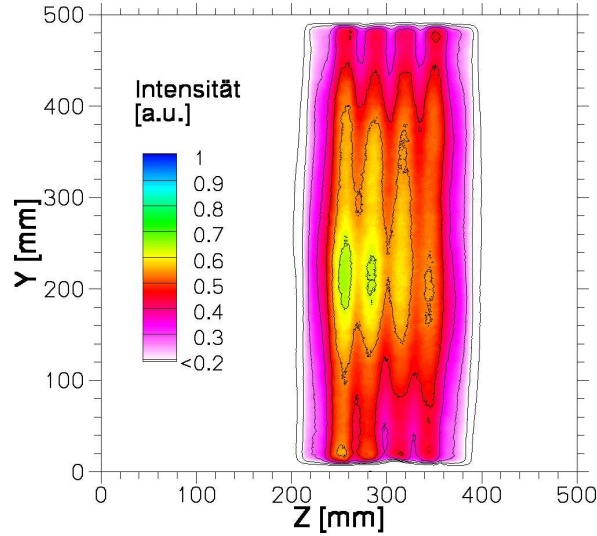


Abbildung 3.6: Mittlere Intensitätsverteilung der Lichtquelle bei $X = 2115$ mm. Die Werte sind mit der maximalen Intensität normiert.

werden.

In Abbildung 3.6 ist die räumliche Verteilung der Intensität in der Y - Z -Ebene, die der Lichtquelle am nächsten ist ($X = 2115$ mm), dargestellt. Aus dieser Grafik wird zum einen die Ausdehnung der vier Intensitätsmaxima in Y -Richtung deutlich, zum anderen zeigt sich, dass die Intensität von der Mitte des Messbereichs ($Y = 250$ mm) zu den Rändern um bis zu 30 Prozent abfällt. Die Auswertung der Intensitätsprofile für die beiden anderen X -Positionen verdeutlicht, dass auch dieser Effekt mit größer werdenden Abstand abnimmt. Bei $X = 1315$ mm beträgt der Abfall nur noch 15 Prozent.

In Abbildung 3.5(b) ist zudem die Standardabweichung für die in Abbildung 3.5(a) gezeigten mittleren Intensitätsprofile dargestellt. Man sieht, dass die zeitlichen Schwankungen der Intensität in dem gesamten Bereich des Messvolumens kleiner als 1,5 Prozent der lokalen mittleren Intensität sind.⁴ Somit ist mit der entwickelten LED-Lichtquelle ein zeitliches und räumlich konstantes Ausleuchten eines (in Z -Richtung) variabel definierten Messvolumens möglich. Zur Erhöhung der Lichtausbeute der Lichtquelle, ist zudem an der der Lichtquelle gegenüber liegenden Seite der Konvektionszelle ein Spiegel installiert (siehe Abbildung 3.2).

⁴Der Anstieg der Standardabweichung der Intensität außerhalb des mit den gestrichelten Linien gekennzeichneten Messvolumens wird durch die Normierung mit den lokalen Mittelwerten, die in diesem Bereich sehr gering sind, verursacht.

Tabelle 3.1: Übersicht über die strömungsmechanischen Kennzahlen der durchgeführten Messreihen in der Konvektionszelle.

Messvolumen	\dot{V} [l/s]	ΔT [K]	Re	Ra	Ar	Pr
dünn	20,1	0,0	$1,04 \times 10^4$	0	0	0,7
dick	20,0	0,0	$1,04 \times 10^4$	0	0	0,7
dick	20,0	13,0	$1,04 \times 10^4$	$1,6 \times 10^8$	2,1	0,7
dick	20,0	22,0	$1,04 \times 10^4$	$2,8 \times 10^8$	3,6	0,7

Tabelle 3.2: Übersicht über die messtechnischen Parameter der durchgeführten Messreihen in der Konvektionszelle.

Messvolumen	\dot{V} [l/s]	ΔT [K]	N_A	f_A [Hz]	Partikel-dichte [ppp]
dünn	20,1	0,0	256	2/3	0,03
dick	20,0	0,0	256	2/3	0,03
dick	20,0	13,0	512	2/3	0,03
dick	20,0	22,0	512	2/3	0,03

3.1.3 Messreihen

Insgesamt werden vier Messreihen durchgeführt, deren Parameter in Tabelle 3.1 und 3.2 zusammengefasst sind. Neben den dimensionslosen Kennzahlen, die den Strömungszustand charakterisieren (Tabelle 3.1), sind die Anzahl der durchgeführten Einzelmessungen N_A , die Aufnahmefrequenzen f_A und die Partikeldichten angegeben (Tabelle 3.2). Die Reynolds-Zahl $Re = \frac{u \cdot H}{\nu}$ wird mit der Höhe der Konvektionszelle H und der mittleren Einstömgeschwindigkeit u , und die Rayleigh-Zahl $Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot H^3}{a \cdot \nu}$ mit der Höhe der Konvektionszelle und der Temperaturdifferenz ΔT zwischen Temperatur der zugeführten Luft und der Heizplatte gebildet. ν bezeichnet die kinematische Viskosität, g die Erdbeschleunigung, β den Volumenausdehnungskoeffizient und a den Temperaturleitkoeffizient des strömenden Mediums. Zudem ist die Prandtl-Zahl $Pr = \frac{\nu}{a}$ und die Archimedes-Zahl Ar , die das Verhältnis zwischen Auftriebskräften und Trägheitskräften wiedergibt, angegeben. Ar lässt sich aus Ra , Re und Pr berechnen und eignet sich zur Klassifizierung von Konvektionsströmungen:

$$Ar = \frac{Ra}{Re^2 \cdot Pr} \quad (3.1)$$

Bei $Ar \ll 1$ liegt erzwungene Konvektion und für $Ar \gg 1$ rein thermische Konvektion vor. Im Bereich dazwischen wird von gemischter Konvektion gesprochen.

In der ersten Messreihe wird erzwungene Konvektion in der Konvektionszelle

bei einem zugeführten Volumenstrom von $\dot{V} = 20,1$ Liter pro Sekunde vermessen. Dies entspricht einer Reynolds-Zahl von $1,04 \times 10^4$. Für diese Messungen wurde Kamerasystem 1 verwendet (siehe Abschnitt 3.1.2). Die Doppelbilder wurden mit einer Frequenz von $2/3$ Hz aufgenommen und die Partikeldichte auf den Aufnahmen beträgt etwa 0,03 ppp (Partikel pro Pixel). Mit dieser Messung soll die Genauigkeit der tomografischen PIV in großen Messvolumen bei der Verwendung Helium-gefüllter Seifenblasen untersucht werden.

Die Kalibrierung des Messsystems erfolgt, wie in Abschnitt 2.2 erläutert, durch Approximation mit einem Polynom zweiter Ordnung in Z -Richtung. Zudem wird die Volumenselbstkalibrierung (siehe Abschnitt 2.1) zur Verringerung des Triangulationsfehlers des Kamerasystems eingesetzt. Das Messvolumen wird dazu in $5 \times 3 \times 2$ nicht überlappende Untervolumen aufgeteilt. Zur Ermittlung des mittleren *disparity*-Fehlers in einem Untervolumen wurden die mit zwei-dimensionalen Gauß-Kurven gefalteten Fehler in der Bildebene aufsummiert (siehe Wieneke, 2008). Die Standardabweichung dieser Gauß-Kurven beträgt 0,1 Pixel in x - sowie in y -Richtung. Die mittleren *disparity*-Verteilungen werden iterativ aus 40 Partikelaufnahmen ermittelt. Insgesamt werden etwa 6700 Partikelpositionen im Messvolumen rekonstruiert. Somit kann ein ursprünglicher Kalibrierfehler von 0,5 Pixel auf 0,015 Pixel verringert werden.

Zur Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung wird sowohl die MART als auch die modifizierte SMART verwendet. Um die Ergebnisse zu vergleichen, werden bei beiden Auswertungen die gleichen Parameter eingestellt. Die Messvolumen werden dazu mit $999 \times 600 \times 220$ Voxel diskretisiert, was einem Verhältnis des Durchmessers der Seifenblasen zu Seitenlänge eines Voxels von 0,27 bis 0,4 entspricht. Um Effekte durch Unterabtastung bei der Rekonstruktion mit der MART zu vermeiden (siehe Abschnitt 2.3.5), wurde die Größe eines Voxels wie die mittlere Größe eines in den Raum projizierten Pixels in der am weitesten von den CCD-Sensoren der Kameras entferntesten X - Y -Ebene gewählt. Des weiteren wurde der Relaxationskoeffizient μ (siehe Gleichung 2.11 und 2.17) auf Eins gesetzt und die drei-dimensionale Intensitätsverteilung $E(\vec{X})$ mit dem Wert Eins initialisiert. Nach fünf Iterationen wird die Rekonstruktion der Intensitätsverteilung gestoppt, da diese beim Einsatz der MART und der SMART ausreichend konvergiert ist. Dies wird in Abschnitt 3.2.1 gezeigt.

Die Berechnung der Verschiebung erfolgt mit einem Mehrgitter-Algorithmus, der fünfmal iteriert wird (siehe Abschnitt 2.4). In der zweiten und dritten Iteration werden die Abfragevolumen bezüglich ganzzahliger Werte des geschätz-

ten Geschwindigkeitsfelds gegeneinander versetzt. In den folgenden Iterationen werden die Abfragevolumen dann zusätzlich bezüglich des lokalen Geschwindigkeitsfelds unter Verwendung von B-Spline Funktionen fünfter Ordnung zur Interpolation der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung gegeneinander verformt. Die Größe der Abfragevolumen beträgt in der letzten Iteration $64 \times 64 \times 32$ Voxel, was $48 \times 48 \times 24 \text{ mm}^3$ entspricht. Die Bestimmung der Position des Maximums im Korrelationsvolumen mit Subvoxelgenauigkeit erfolgt mit drei ein-dimensionalen 3-Punkt-Gauß-Kurven.

In weiteren Messreihen mit dem dicken Volumen wird erzwungene sowie gemischte Konvektion bei $Re = 1,04 \times 10^4$ vermessen (siehe Tabelle 3.1). Die Ergebnisse dieser Messreihen sollen die Anwendbarkeit der Messtechnik für Untersuchungen von großskaligen Strömungsstrukturen demonstrieren. Für die gemischte Konvektion beträgt die Rayleigh-Zahl $1,6 \times 10^8$ und $2,8 \times 10^8$, was einer Archimedes-Zahl von 2,1 bzw. 3,6 entspricht. Für die Messungen wurde Kamerasystem 2 verwendet (siehe Abschnitt 3.1.2). Die Aufnahme der Doppelbilder erfolgte wieder mit einer Frequenz von 2/3 Hz und die Partikeldichte beträgt auch hier jeweils 0,03 ppp (siehe Tabelle 3.2).

Die Auswertung der Messdaten erfolgt analog zur Auswertung der Messdaten im dünnen Messvolumen. Das dicke Messvolumen ist mit $1050 \times 625 \times 300$ Voxel diskretisiert, so dass am entferntesten Punkt von den Kameras das Voxel-Pixel-Verhältnis eins ist. Somit ergibt sich ein Verhältnis zwischen Durchmesser der Seifenblasen (0,2 bis 0,3 mm) zur Länge eines Voxels von etwa 0,25 bis 0,4. Zur tomografischen Rekonstruktion der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung wird die modifizierte SMART-Implementierung eingesetzt, die fünfmal iteriert wird. Die Partikelverschiebung wird mit einem Mehrgitter-Algorithmus berechnet, der viermal durchlaufen wird. Im letzten Iterationsschritt beträgt die Größe der Abfragevolumen dann $48 \times 48 \times 32$ Voxel bzw. $38 \text{ mm} \times 38 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}$, die mit 75 % Überlappung angeordnet sind. Die Abfragevolumen werden iterativ bezüglich des geschätzten Verschiebungsfelds gegeneinander verschoben und im letzten Iterationsschritt zusätzlich verformt. Zur Interpolation der drei-dimensionalen Intensitätsverteilung werden B-Spline Funktionen fünfter Ordnung verwendet und die genauen Positionen der Maxima in den Korrelationsvolumen wird mit drei ein-dimensionalen Gauß-Kurven bestimmt.

3.1.4 Vergleichsmessdaten

Um die Genauigkeit der tomografischen PIV zu untersuchen, wurde planare PIV in einer Y - Z -Ebene ($X = 1564\text{ mm}$) der Konvektionszelle durchgeführt. Somit steht das zwei-dimensionale Strömungsfeld in dieser Ebene (Geschwindigkeiten v_Y und v_Z) als Referenzdatensatz zur Verfügung. Bei dieser PIV-Messung wurden DEHS-Impfpartikel (Di-Ethyl-Hexyl-Sebacat) mit einem Durchmesser von etwa $1\text{ }\mu\text{m}$ in einem ca. 3 mm dicken Lichtschnitt beleuchtet, der von einem Nd-YAG-Laser mit zwei Kavitäten (350 mJ pro Puls, 532 nm , Spitlight-600, InnoLas Laser GmbH) und einer entsprechenden Lichtschnittoptik erzeugt wurde. Eine CCD-Kamera mit einer räumlichen Auflösung von 4008×2674 Pixel (pco.4000, PCO AG) wurde zur Aufnahme der beleuchteten Partikel verwendet. Die Kamera war mit einem Objektiv mit einer Brennweite von 100 mm (Makro-Planar T* 2/100, Carl Zeiss AG) bestückt, deren Blende $f/2$ betrug. Es wurden 500 Doppelbilder aufgenommen.

Die 500 Partikelaufnahmen wurden mit PIVview 2.4 (PivTec GmbH) ausgewertet. Nach der Subtraktion eines Minimumintensitätsbilds der gesamten Serie, wurde die Partikelverschiebung iterativ mit einem Mehr-Gitter-Algorithmus berechnet, der fünfmal durchlaufen wurde. Im letzten Iterationsschritt erfolgte eine Verformung des gesamten Messbereichs bezüglich des lokalen Verschiebungsvektorfelds, wobei zur Interpolation der Intensität B-Spline Funktionen fünfter Ordnung (Raffel *et al.*, 2007; Thévenaz *et al.*, 2000) verwendet wurden. Im letzten Iterationsschritt betrug die Größe der Abfragefenster 48^2 Pixel (11^2 mm^2). Sie sind außerdem mit 75 Prozent Überlappung angeordnet. Um die Position des Maximums in der Korrelationsebene mit Subpixelgenauigkeit zu bestimmen, wurden zwei ein-dimensionale drei-Punkt-Gauß-Kurven (Raffel *et al.*, 2007) verwendet. Bei der Messung wurde eine mittlere Verschiebung (zeitliche und räumliche Mittelung) von $6,3$ Pixel erreicht.

3.2 Ergebnisse für das dünne Messvolumen

In diesem Abschnitt wird die Genauigkeit der entwickelten Messtechnik untersucht. Die experimentelle Vorgehensweise macht die Analyse des Einflusses der Glanzlichter auf den Seifenblasen sowie des Einflusses der Änderung der Größe des Interpolationsfilters möglich. Als Referenz für die tomografische PIV dienen die planaren PIV-Daten. Der Vergleich der Ergebnisse erfolgt sowohl für die mit der MART als auch mit der modifizierten SMART bestimmten Daten.

Des weiteren kann ein möglicher Einfluss der Modifikation der SMART auf die Genauigkeit der Ergebnisse durch Vergleich der mit beiden Rekonstruktionsalgorithmen erzielten Geschwindigkeitsfelder untersucht werden.

3.2.1 Anzahl der Iterationen der Rekonstruktion

Die Rekonstruktion der Intensitätsverteilungen erfolgt iterativ durch Verwendung der MART und der SMART. Im Folgenden wird gezeigt, dass fünf Iterationen ausreichen, um sowohl für die MART als auch die modifizierte SMART ausreichend konvergierte Intensitätsverteilungen vorliegen zu haben (siehe Abschnitt 3.1.3). Während fünf Iterationen mit der MART üblicherweise ausreichen (siehe z.B. Atkinson & Soria, 2009; Worth & Nickels, 2008), wird die SMART in der Version von Atkinson & Soria (2009) bei Anwendung auf synthetische Daten vierzigmal iteriert, um eine mit fünf MART-Iterationen vergleichbare Rekonstruktionsqualität zu erreichen. Bei der Anwendung auf reale Daten zeigt sich allerdings, dass sich die nach der Rekonstruktion ermittelten Geschwindigkeitswerte nach Durchlauf von mehr als zehn Iterationen nicht mehr ändern. Es sei angemerkt, dass für die Rekonstruktion der Intensitätsverteilung sowohl mit der MART als auch mit der SMART eine geringe Anzahl an Iterationen angestrebt werden sollte, um die Rechenzeit möglichst gering zu halten.

Abbildung 3.7 zeigt die gemittelten Beträge der Änderung der Partikelverschiebung in X -, Y - und Z -Richtung als Funktion der MART- bzw. der SMART-Iterationen.⁵ Es wird deutlich, dass sowohl mit der MART als auch mit der modifizierten SMART die Berechnungen ausreichend konvergieren. Die größten Änderungen in den Verschiebungen treten zwischen der ersten und zweiten Iteration der MART und SMART (entspricht Iteration eins in den Abbildungen) mit Werten jeweils von der Größenordnung 0,1 Voxel auf. Zwischen der fünften und sechsten Iteration (Iteration fünf in den Abbildungen) betragen die Änderungen der Verschiebungen in alle Richtungen maximal nur noch 0,01 und 0,02 Voxel sowohl bei der MART als auch bei der SMART. Dies ist bereits eine Größenordnung kleiner als nach der ersten Iteration. Weitere

⁵Die Verschiebungen werden durch Kreuzkorrelation von bis zu 2550 Abfragevolumen zweier Intensitätsverteilungen berechnet. Die Berechnung der Verschiebung erfolgt mit drei Iterationen, wobei die Abfragevolumen bezüglich der geschätzten ganzzahligen Werte gegeneinander verschoben werden. Die Größe der Abfragevolumen bleibt in der iterativen Berechnung konstant und beträgt 64^3 Voxel. Sie sind mit 50 % Überlappung angeordnet. Fehlvektoren werden bei Mittelung der Beträge der Abweichungen der Verschiebungen nach den Iterationen nicht berücksichtigt.

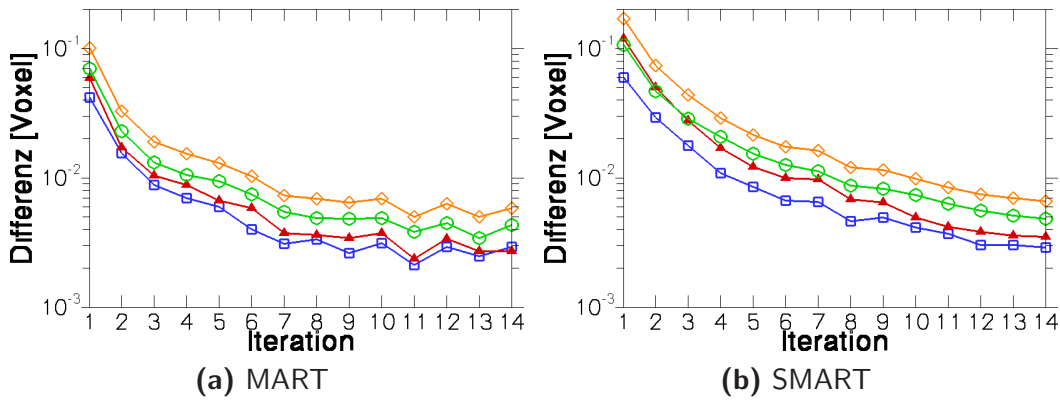


Abbildung 3.7: Mittlere Differenzen der Verschiebungen in X -, Y - und Z -Richtung nachfolgender Iterationen der Rekonstruktionsalgorithmen (\square – Unterschied der Verschiebung in X -Richtung, \blacktriangle – Y -Richtung, \circ – Z -Richtung, \diamond – Betrag der Unterschiede).

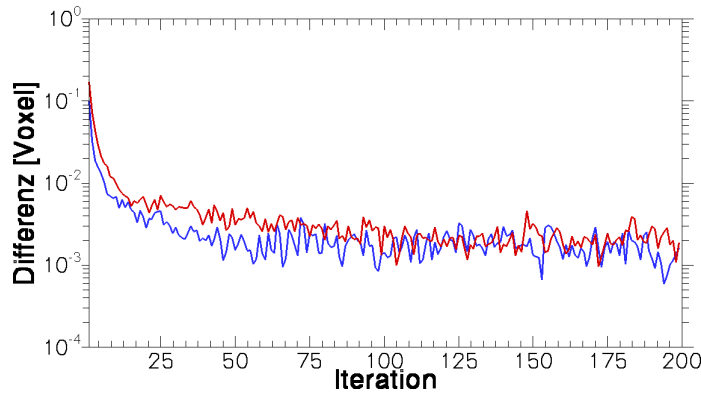


Abbildung 3.8: Betrag der in Abbildung 3.7 dargestellten mittleren Differenzen in den Verschiebungen für bis zu 200 Iterationen der MART (—) sowie der SMART (—).

Iterationen der Rekonstruktion ($N > 50$) führen zwar zur Verringerung der Änderungen bis auf ca. 0,001 Voxel (siehe Abbildung 3.8), sind aber aufgrund des resultierenden hohen Rechenaufwands nicht praktikabel. Hierbei muss zudem berücksichtigt werden, dass die Rekonstruktionen nach Durchlauf von 200 Iterationen nicht zwangsläufig konvergieren. Des weiteren zeigt der direkte Vergleich der Konvergenzverläufe in Abbildung 3.8, dass die SMART etwas langsamer konvergiert als die MART.

Einen sehr interessanten Einblick in das Konvergenzverhalten und die zu erreichende Genauigkeit von MART und SMART gibt zudem die Untersuchung der Konvergenz für einzelne Abfragevolumen. Exemplarisch ist in Abbildung 3.9 die berechnete Verschiebung ΔX , ΔY und ΔZ in X -, Y - bzw. Z -Richtung eines Abfragevolumens bei $X = 1770$ mm, $Y = 243$ mm und $Z = 352$ mm als

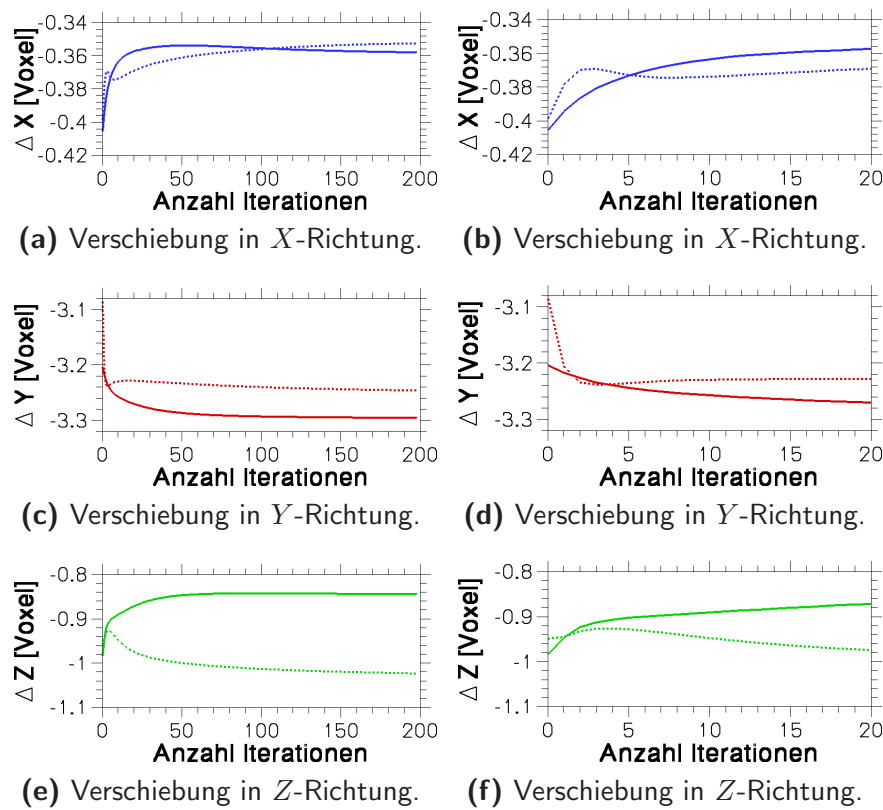


Abbildung 3.9: Verschiebung in X -, Y - und Z -Richtung als Funktion der Iterationen der Rekonstruktionstechniken MART (—) und SMART (···) für ein Abfragevolumen an der Position $X = 1770$ mm, $Y = 243$ mm und $Z = 352$ mm.

Funktion der MART- sowie SMART-Iterationen aufgetragen. Andere Abfragevolumen weisen dabei ähnliche Verläufe auf.

Es zeigt sich, dass die MART und die SMART bei wenigen Iterationen ($N < 10$) sehr ähnliche Verschiebungen mit Abweichungen der Größenordnung 0,01 Voxel produziert. Deutlich zu erkennen ist allerdings auch, dass die Verschiebungen bei mehr Iterationen ($N > 10$) zu unterschiedlichen Verschiebungswerten konvergieren (siehe vor allem ΔY - und ΔZ -Verläufe). Die Unterschiede betragen bei diesem Abfragevolumen bis zu 0,15 Voxel in Z -Richtung (ΔZ). Aus der Analyse folgt, dass die Unterschiede in den mit der MART und der SMART berechneten Verschiebungen stark von der Anzahl der durchgeführten Iterationen abhängen, wenige Iterationen begünstigen dabei kleinere Abweichungen zwischen beiden Rekonstruktionstechniken.

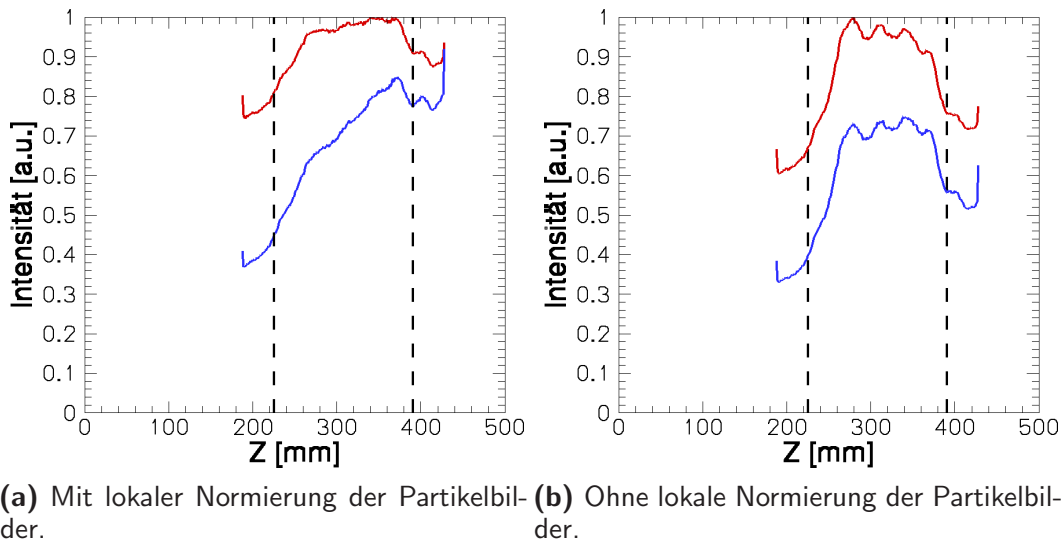


Abbildung 3.10: Profil der rekonstruierten Intensität (zeitliche und teilweise räumliche Mittelung, — Rekonstruktion unter Verwendung der MART, — SMART). Gestrichelte Linien kennzeichnen den Bereich des dünnen Messvolumens, der bei der Auswertung rekonstruiert wurde.

3.2.2 Rekonstruierte Intensitätsverteilungen

In Abschnitt 2.3.5 wurde diskutiert, dass durch die Verwendung von Kameraobjektiven mit kleinen Brennweiten ($f = 21 \text{ mm}$) die Größe des Einflussbereichs der Interpolationsfilter bei den Rekonstruktionstechniken variiert. Bei der MART sowie der SMART ändert sich dieser in den vorgestellten Messungen um bis zu ca. 30 % im Bildbereich bzw. im physikalischen Raum. Die Folgen sollen in diesem Abschnitt näher untersucht werden.

In Abbildung 3.10(a) ist die bei Anwendung der MART sowie der SMART über mehrere Einzelmessungen sowie teilweise räumlich gemittelte rekonstruierte Intensität im Messvolumen als Funktion der Tiefe des Messvolumens dargestellt. Es zeigt sich, dass bei Anwendung der MART ein Gradient in der Intensitätsverteilung in Tiefenrichtung des Messvolumens (Z -Richtung) erzeugt wird, der durch die Änderung des Einflussbereichs der Interpolationsfilter hervorgerufen wird (Abschnitt 2.3.5). Dabei weist die mittlere rekonstruierte Intensität für Bereiche, die sich näher an der Kamera befinden (größere Z), größere Werte auf und nimmt für Positionen, die von der Kamera weiter entfernt sind, mit einem Gefälle von ca. 26 % annähernd linear ab. Bei der SMART-Rekonstruktion ist dieses Gefälle mit Werten von ca. 6 % hingegen deutlich schwächer ausgeprägt.

In Abbildung 3.10(b) ist des weiteren die zeitlich und räumlich gemittelte rekonstruierte Intensität aufgetragen, wenn vor der Rekonstruktion die Partikelbildaufnahmen nicht lokal normiert werden (siehe Abschnitt 2.2.2). Nach Michaelis & Wieneke (2008) können an Hand dieses Profils die Grenzen des ausgeleuchteten Messvolumens genauer festgelegt werden. Es ist zu sehen, dass der erzielte Verlauf bei Anwendung der SMART sehr gut mit dem gemessenen Intensitätsprofil der Lichtquelle (siehe Abbildung 3.5(a)) korreliert. Die gemessenen Profile der Lichtquelle weisen jeweils vier kleine lokale Maxima, ein ca. 100 mm breites Plateau und eine etwas größere Intensität für kleinere Z -Positionen auf (siehe auch Abbildung 3.6). Auch nach Anwendung der MART können diese Merkmale identifiziert werden, allerdings verschwindet der durch die Lichtquelle hervorgerufene Intensitätsgradient (höhere Intensität bei kleineren Z -Positionen). Daraus folgt, dass der bei der MART durch die Änderung des Einflussbereichs der Interpolationsfilter erzeugte Gradient in der rekonstruierten Intensität auch auftritt, wenn die Partikelbilder vor der Rekonstruktion lokal nicht normiert werden. Allerdings scheinen die Auswirkungen auf den Intensitätsverlauf viel geringer zu sein.

Es sei zudem darauf hingewiesen, dass sich der mit der MART erzeugte Intensitätsgradient auch auf die rekonstruierte Intensität der Geisterpartikel auswirkt. Nach Elsinga *et al.* (2006b) kann aus der rekonstruierten Intensität außerhalb des beleuchteten Volumens auf die Intensität der Geisterpartikel geschlossen werden. Somit haben die Geisterpartikel auf der zu den Kameras gerichteten Seite (große Z -Positionen) eine höhere und auf der gegenüberliegenden Seite (kleine Z -Positionen) niedrigere Intensitätswerte. Bei der MART beträgt der Unterschied ca. 50 %, wenn die Partikelbilder vor der tomografischen Rekonstruktion lokal normiert werden. In Abschnitt 3.2.5 und 3.2.6 wird untersucht, ob der Intensitätsgradient eine Auswirkung auf die Genauigkeit der durchgeführten Messungen hat.

3.2.3 Mittleres Strömungsfeld

In Abbildung 3.11 ist das aus 248 instantanen Geschwindigkeitsfeldern gemittelte drei-dimensionale Strömungsfeld dargestellt. Zur Rekonstruktion der Intensitätsverteilungen wurde hierzu die MART eingesetzt. In der Abbildung ist die Strömung durch Flächen gleicher Beträge der Geschwindigkeit visualisiert. Der schalenförmige Verlauf der Flächen spiegelt eine großskaligen Rollenstruktur wider, die sehr gut mit den Ergebnissen der durchgeführten planaren

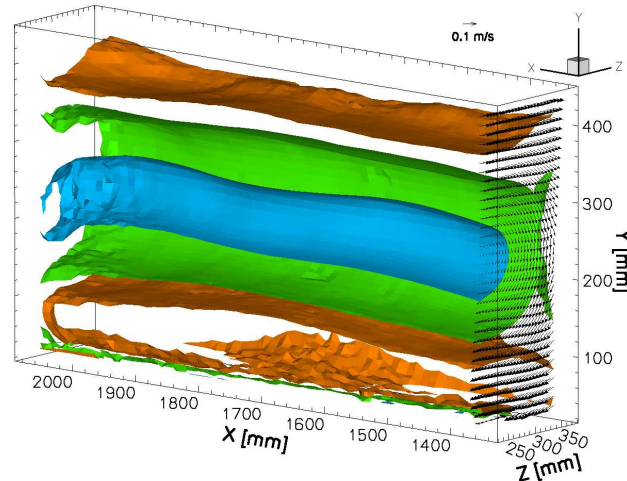


Abbildung 3.11: Mittleres drei-dimensionales Geschwindigkeitsfeld im Messvolumen (Mittelwert aus 248 instantanen Geschwindigkeitsfeldern). Messvolumen ist von Seite des Luftein- bzw. -auslasses gezeigt. Strömung ist durch Isoflächen des Betrag der Geschwindigkeit visualisiert (blau entspricht 0,040 m/s, grün 0,090 m/s und orange 0,115 m/s). Geschwindigkeitsvektoren geben Richtung der Rollenstruktur an. Fehlvektoren sind nicht korrigiert.

PIV übereinstimmt. Des weiteren ist im drei-dimensionalen Strömungsfeld zu erkennen, dass die Achse der Rollenstruktur parallel zur X -Achse der Konvektionszelle ausgerichtet ist. Ebenso ist eine leichte gleichmäßige Welligkeit der Isofläche mit der geringsten Geschwindigkeit zu erkennen. Diese Welligkeit des Kernbereichs der Rollenstruktur wurde auch mittels stereoskopischer PIV in einer X - Y -Ebene in der gleichen Versuchseinrichtung von Schmeling *et al.* (2010a) und Westhoff *et al.* (2010) detektiert und von ihnen auf die Interaktion mit den Wänden in X -Richtung zurückgeführt. Eine detailliertere Diskussion der Strömung für diese Reynolds-Zahl enthält Abschnitt 3.3.

3.2.4 Qualität der Messungen

Bevor die Ergebnisse der tomografischen PIV in den dünnen Messvolumen mit denen der planaren PIV verglichen werden, soll die hohe Güte der tomografischen PIV-Messung gezeigt werden. Dazu werden verschiedene statistische Größen der Messreihe analysiert. Dies sind der Kreuzkorrelationskoeffizient, die Anzahl der Fehlvektoren sowie die Häufigkeitsverteilung der Verschiebung. Die Untersuchung wird nur für die mit der MART ausgewerteten Daten durchgeführt, da die Ergebnisse beim SMART-Einsatz nahezu identisch sind.

Der mittlere normierte Kreuzkorrelationskoeffizient der Messung beträgt 0,36.

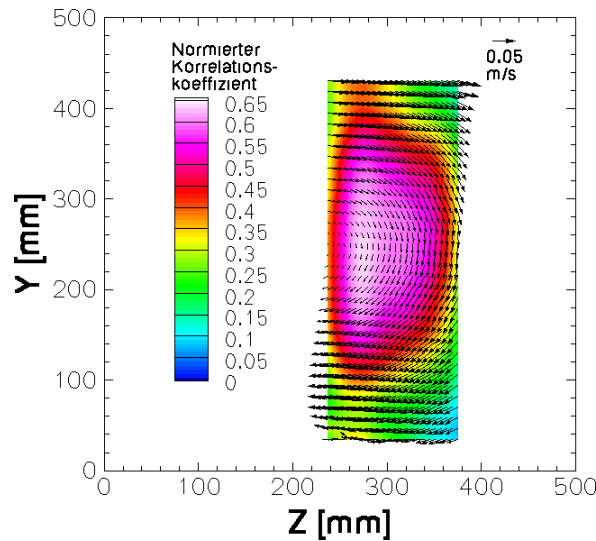


Abbildung 3.12: Mittlerer normierter Kreuzkorrelationskoeffizient \bar{R} (Kontur, siehe Gleichung 2.21) und mittleres Geschwindigkeitsfeld (Vektoren) in Y - Z -Ebene in Mitte des Messvolumens ($X = 1720$ mm).

Dieser variiert allerdings insbesondere in der Y - Z -Ebene des Messvolumens. In Abbildung 3.12 ist der normierte Korrelationskoeffizient in dieser Ebene in der Mitte des Messvolumens ($X = 1720$ mm) dargestellt. Im Kernbereich der Rollenstruktur beträgt der Koeffizient 0,5 bis 0,7. An den Rändern (in Y - und Z -Richtung) sinkt er auf Werte um 0,35 ab. Dieser Abfall ist wahrscheinlich auf die abfallende Intensität der LED-Lichtquelle an den Rändern des Messvolumens zurückzuführen (vgl. Abschnitt 3.1.2 und Abbildung 3.5(a)). Die geringere Intensität führt dabei wahrscheinlich zu einem stärker verrauschtem rekonstruierten Signal und somit geringeren Korrelationskoeffizienten. Bedingt durch fehlende Partikel in der oberen und unteren rechten Ecke im Messvolumen beträgt der Kreuzkorrelationskoeffizient hier nur noch 0,2. Die fehlenden Partikel führen in diesem Bereich zu einem höheren Anteil an Fehlvektoren, was sich auch in stärker verrauschten mittleren Geschwindigkeiten in diesem Bereich äußert (siehe Abbildung 3.11). In Längsrichtung des Messvolumens (X -Richtung) ändert sich der Verlauf des Korrelationskoeffizienten in der Y - Z -Ebene hingegen nur wenig.

Von den insgesamt ca. 12 Millionen instantanen Geschwindigkeitsvektoren der Messreihe wurden 6,5 % als ungültig bzw. Fehlvektoren eingestuft. Als Ausschlusskriterium wurde hierfür ein maximaler Verschiebungswert von 10 Voxel sowie eine maximale Differenz zwischen den umliegenden Verschiebungsvektoren von 3 Voxel angesetzt (siehe Raffel *et al.*, 2007). Zudem wurde eine

sogenannte universelle Methode zur Detektion von Fehlvektoren (engl. *universal outlier detection*; Westerweel & Scarano, 2005) eingesetzt. Der Filterkern hatte dabei eine Größe von 3^3 Verschiebungswerten und der nötige Schwellwert betrug 2,5. Die detektierten Fehlvektoren treten vor allem in jenen Bereichen im Messvolumen auf, in denen während der Messungen keine bzw. nur wenige Impfpartikel zu finden waren (siehe oben). Bei Verwendung der SMART ist die Anzahl der Fehlvektoren um 1,7 Prozentpunkte geringer.

Ein weiteres Kriterium zur Beurteilung der Qualität einer PIV-Messung basiert auf der Häufigkeitsverteilung der Verschiebung. Bei planaren PIV kann damit vor allem eine Aussage über das Auftreten von *peak locking* (siehe auch Abschnitt 2.3.4) gemacht werden. Beim *peak locking* können Partikelbilder mit einem Durchmesser von der Größenordnung eines Pixels zu sehr schmalen Maxima in der Korrelationsebene führen, deren Position nicht mehr mit Subpixelgenauigkeit bestimmt werden kann, wenn dazu eine unpassende Subpixel-Interpolationsfunktion (siehe Abschnitt 2.4.1) verwendet wird. Die Verschiebungen werden dann zu ganzzahligen Werten gezogen, was sich in der Häufigkeitsverteilung der Subpixel-Verschiebung widerspiegelt und wodurch sich ein Maximum um Null bildet. Die Subpixel- bzw. im drei-dimensionalen Raum die Subvoxel-Verschiebung der X -Komponente $d\Delta X$ wird beispielsweise aus der Differenz zwischen Verschiebung ΔX und der auf die nächste ganze Zahl gerundeten (Operation rnd) Verschiebung berechnet:

$$d\Delta X = \Delta X - \text{rnd}(\Delta X) \quad (3.2)$$

Die Berechnung der Y - und Z -Komponente erfolgt analog. Tritt kein *peak locking* auf, dann ist die Verteilung der Subvoxel-Verschiebung über den gesamten Wertebereich sehr gleichmäßig. *Peak locking* hingegen führt dazu, dass diese Verteilung ein stark ausgeprägtes Maximum bei Werten um Null hat (siehe z.B. Raffel *et al.*, 2007). Es sei darauf hingewiesen, dass durch Verwendung von fortgeschritteneren Kreuzkorrelationsalgorithmen mit Verformung der Abfragevolumen (siehe Abschnitt 2.4.2), wie sie auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingesetzt werden, *peak-locking*-Effekte minimiert werden können (siehe Atkinson *et al.*, 2010).

Wie in Abschnitt 2.3.4 erläutert, können bei der tomografischen PIV aus Partikelabbildungen mit der Größe von etwa 2 bis 3 Pixel nur Partikel im Messvolumen von ca. einem Voxel rekonstruiert werden, sofern diese beispielsweise durch einen Gauß-Filter nicht vergrößert werden. Dies würde dann zu den diskutierten *peak-locking*-Effekten führen. Abbildung 3.13 zeigt die Häu-

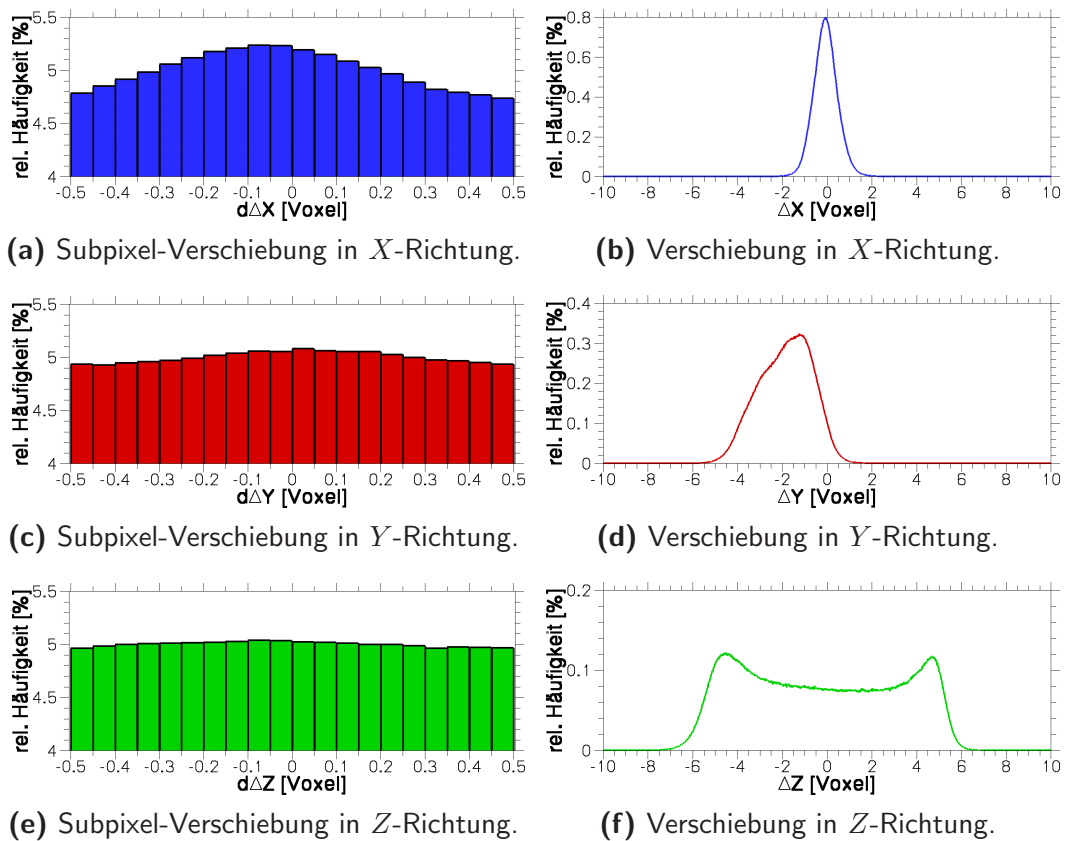


Abbildung 3.13: Relative Häufigkeiten der Subvoxel-Verschiebungen und Verschiebungen in X -, Y - und Z -Richtung. Statistik basiert auf ca. 12 Millionen Datenpunkten.

figkeitsverteilungen der Subvoxel-Verschiebung $d\Delta X$, $d\Delta Y$ und $d\Delta Z$. Zusätzlich sind in der Abbildung die Häufigkeitsverteilungen der Verschiebungen ΔX , ΔY und ΔZ dargestellt. Die Subvoxel-Verschiebung $d\Delta Y$ und $d\Delta Z$ weisen eine sehr gleichmäßige Verteilung auf. Bei der Häufigkeitsverteilung von $d\Delta X$ zeigt sich hingegen ein Maximum im Bereich $-0,1$ bis 0 Voxel mit einem Abfall der Häufigkeit gegen $-0,5$ und $0,5$ Voxel. Dieses Maximum ist allerdings nicht auf den oben beschriebenen Effekt zurückzuführen. Vielmehr lässt sich dieser Verlauf mit dem kleinen Wertebereich der Verschiebung ΔX erklären (siehe Abbildung 3.13(b)). Es treten nur Verschiebungen in X -Richtung zwischen -2 und 2 Voxel auf. Die meisten Verschiebungen liegen allerdings nur zwischen $-0,5$ und $0,5$ Voxel, was letztendlich den diskutierten $d\Delta X$ -Verlauf hervorruft.

Die Häufigkeitsverteilungen von ΔY und ΔZ (Abbildung 3.13(d) und 3.13(f)) weisen gegenüber der ΔX -Verteilung erheblich größere Wertebereiche auf. Sie liegen im Bereich von ca. -5 bis 1 Voxel und -7 bis 6 Voxel für ΔY bzw. ΔZ .

Diese großen Wertebereiche sind für eine hohe Dynamik der Geschwindigkeitsmessungen nötig (siehe Adrian, 1997). In dieser Messreihe wurde ein Betrag der mittleren Partikelverschiebung von 3,6 Voxel erreicht.

3.2.5 Vergleich der MART-Daten mit planaren PIV-Daten

Für die quantitative Validierung der tomografischen PIV für Messvolumen der Größenordnung eines Kubikmeters unter Verwendung von Seifenblasen als Impfpartikel, werden Profile der mittleren Geschwindigkeit in Y - und Z -Richtung bei einer konstanten X -Position ($X = 1564$ mm) mit den entsprechenden planaren PIV-Daten verglichen. Dazu werden Geschwindigkeitsprofile entlang der Linie $Z = 309$ mm sowie entlang $Y = 239$ mm extrahiert. Die Positionen der beiden Linien, die sich in der jeweiligen Mitte des Messvolumens befinden, sind in Abbildung 3.2 vermerkt. Zur Beurteilung der Genauigkeit des Messergebnisses wird die normierte Geschwindigkeit v^* definiert, in dem v mit der Zeit Δt zwischen den beiden Aufnahmen der beleuchteten Partikeln multipliziert und mit der Seitenlänge eines kubischen Voxels h dividiert wird:

$$v^* = \frac{v \cdot \Delta t}{h} \quad (3.3)$$

Somit entspricht eine dimensionslose Geschwindigkeit $v^* = 1$ einer Partikelverschiebung von genau einem Voxel.

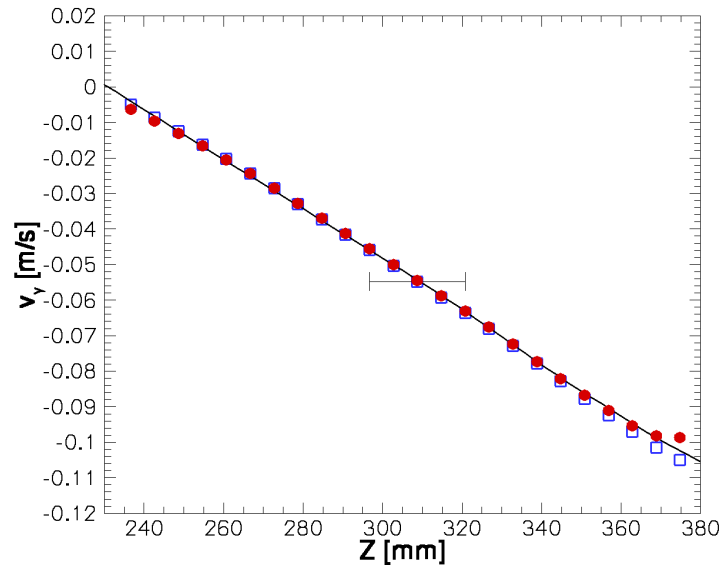
In Abbildung 3.14 ist die mittels tomografischer und planarer PIV gemessene mittlere Geschwindigkeit in Y -Richtung v_Y als Funktion von Z bei $Y = 239$ mm dargestellt. Beide Messungen geben den erwarteten linearen Geschwindigkeitsgradienten im Bereich der Rollenstruktur wieder. Bei $Z = 240$ mm ist v_Y annähernd Null und fällt linear bis auf $-0,105$ m/s am Rand des Messvolumens ($Z = 375$ mm) ab. Die Unterschiede in den beiden Geschwindigkeitsprofilen sind im gesamten Bereich sehr klein (siehe Abbildung 3.14(b)) mit einer maximalen Abweichung $|\Delta v_Y^*| = 0,11$ ($|\Delta v_Y| = 0,003$ m/s), was einer relativen Abweichung von bis zu 3,5 % (relativ zu den lokalen mit planaren PIV gemessenen Geschwindigkeiten v_Y) entspricht. An den beiden linken Datenpunkten ($Z < 240$ mm) steigt der Betrag der relativen Abweichung, bedingt durch Geschwindigkeiten nahe Null, jedoch auf bis zu 25 % an. In Tiefenrichtung ist hingegen keine Änderung der Differenz zwischen beiden Geschwindigkeitsprofilen erkennbar (siehe Abbildung 3.14(b)). Dies deutet darauf hin, dass die Änderung des Einflussbereichs der Interpolationsfilter in Tiefenrichtung und der daraus resultierende Intensitätsgradient (siehe Abschnitt 2.3.5) die Mess-

genauigkeit des Systems in der aktuellen Konfiguration nicht nennenswert beeinflussen.

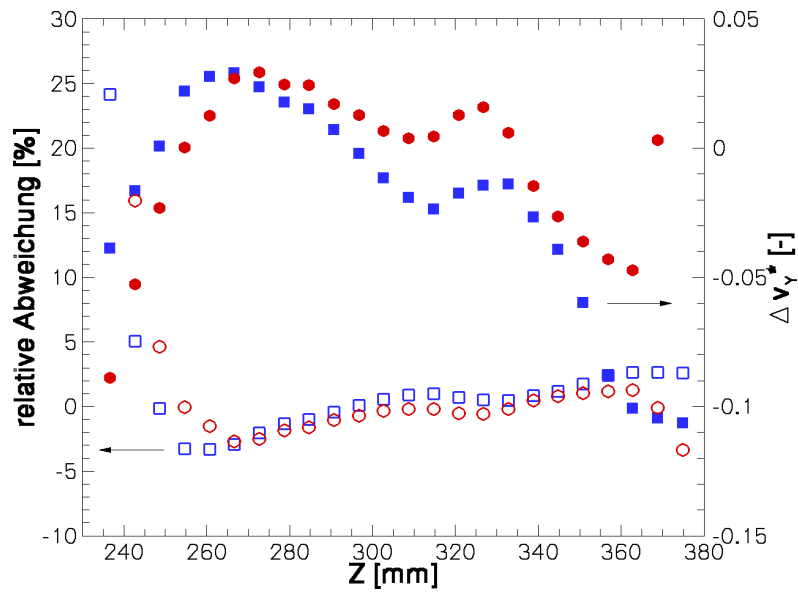
In Abbildung 3.15 ist die Geschwindigkeitskomponente in Z -Richtung v_Z als Funktion von Y bei $Z = 309\text{ mm}$ dargestellt. v_Z steigt annähernd linear, ausgehend von $-0,14\text{ m/s}$ am Boden bis auf $0,12\text{ m/s}$ am oberen Ende des Messvolumens. In der Mitte der Konvektionszelle ($Z = 250\text{ mm}$) ist v_Z Null. Der Vergleich zwischen tomografischen und planaren PIV-Daten zeigt, dass der Unterschied der gemessenen Geschwindigkeiten mit Ausnahme des untersten Datenpunkts für $Y < 251\text{ mm}$ geringer als $|\Delta v_Z^*| = 0,2$ ($|\Delta v_Z| = 0,005\text{ m/s}$) ist (siehe Abbildung 3.15(b)). Dies entspricht einem relativen Fehler von weniger als 5,5 %. Andererseits steigt die Abweichung für $Y > 251\text{ mm}$, d.h. im Bereich des zugeführten Luftstrahls, auf bis zu $|\Delta v_Z^*| = 0,6$ ($|\Delta v_Z| = 0,015\text{ m/s}$, siehe Abbildung 3.15(b)). Daraus ergeben sich relative Unterschiede zwischen 9 und 16 % und an Datenpunkten, an denen die Geschwindigkeit annähernd Null ist, von bis zu 26 %.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Abweichung der mittleren Geschwindigkeiten in Y - und Z -Richtung in 85 % der untersuchten Bereiche geringer als $|\Delta v^*| = 0,2$ ($|\Delta v| = 0,005\text{ m/s}$) ist. Dieses Ergebnis stimmt gut mit dem von Elsinga *et al.* (2006b) für kleine Messvolumen durchgeführten Vergleich überein. Sie konnten zeigen, dass die Abweichung in der mittleren Geschwindigkeit bzw. Partikelverschiebung zwischen tomografischen und stereoskopischen PIV-Daten maximal 0,3 Voxel (entspricht $|\Delta v^*| = 0,3$) beträgt. Die Experimente wurden von ihnen in Luft mit $1\text{ }\mu\text{m}$ großen Wassertropfchen in Messvolumen der Größe 2,6 bis $15,7\text{ cm}^2$ durchgeführt und die Partikeldichte betrug 0,02 bis 0,08 ppp. Auf Grund der guten Übereinstimmung zu den Experimenten mit kleinen Messvolumen, kann ein erkennbarer Einfluss der Glanzlichter und deren blickrichtungsabhängigen Position auf der Oberfläche der Seifenblase auf die Genauigkeit der Messtechnik ausgeschlossen werden. Zudem zeigt der Vergleich des Geschwindigkeitsprofils in Tiefenrichtung des Messvolumens, dass auch kein nennenswerter Einfluss der in Blickrichtung variierenden Größe des Einflussbereichs der Interpolationsfilter auf die Messgenauigkeit existiert. Für 15 % der untersuchten Datenpunkte, die sich im oberen Bereich des Messvolumens befinden, wurde allerdings eine höhere Abweichung von bis zu $|\Delta v^*| = 0,6$ ($|\Delta v| = 0,015\text{ m/s}$) festgestellt. Die etwas größeren Unterschiede sind vermutlich auf das nicht ideale Folgevermögen der Heliumgefüllten Seifenblasen zurückzuführen.

Aus dem Vergleich der gemessenen Geschwindigkeitsprofile entlang der Z -

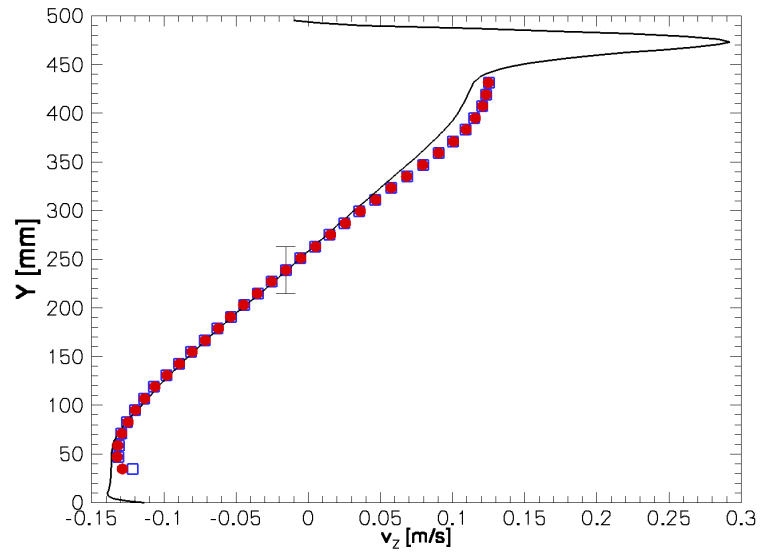


(a) Mittlere Geschwindigkeit v_Y (Daten gemessen mit tomografischer PIV unter Verwendung der MART (\square) sowie der SMART (\bullet) und gemessen mit planarer PIV ($—$). Fehlerbalken zeigt Größe der Abfragevolumen in Z -Richtung an.

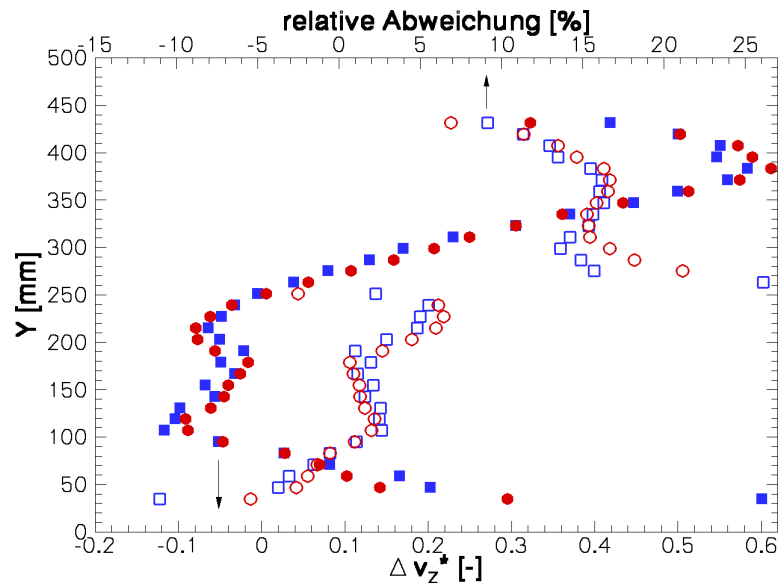


(b) Unterschied in der mittleren Geschwindigkeit v_Y zwischen mit planarer und tomografischer PIV gemessenen Daten (\blacksquare – absoluter Unterschied bei Verwendung der MART, \bullet – SMART, \square – relativer Unterschied bei Verwendung der MART, \circ – SMART). Relative Unterschiede sind relativ zu planaren PIV-Daten.

Abbildung 3.14: Profile der mittleren Geschwindigkeit in Y -Richtung bei $X = 1564$ mm und $Y = 239$ mm.



(a) Mittlere Geschwindigkeit v_Z (Daten gemessen mit tomografischer PIV unter Verwendung der MART (\square) sowie der SMART (\bullet) und gemessen mit planarer PIV ($—$). Fehlerbalken zeigt Größe der Abfragevolumen in Y -Richtung an.



(b) Unterschied in der mittleren Geschwindigkeit v_Z zwischen mit planarer und tomografischer PIV gemessenen Daten (\blacksquare – absoluter Unterschied bei Verwendung der MART, \bullet – SMART, \square – relativer Unterschied bei Verwendung der MART, \circ – SMART). Relative Unterschiede sind relativ zu planaren PIV-Daten.

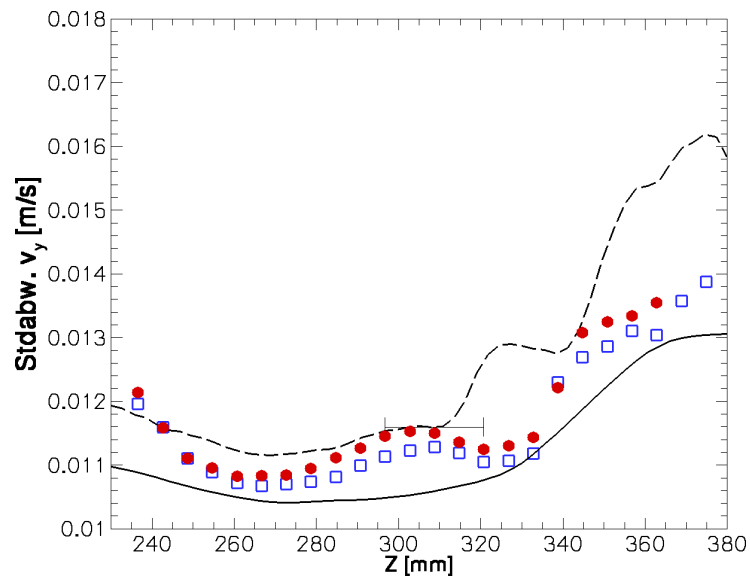
Abbildung 3.15: Profile der mittleren Geschwindigkeit in Z -Richtung bei $X = 1564$ mm und $Z = 309$ mm.

Richtung ist ersichtlich, dass keine systematische Abweichung existiert. Daraus kann gefolgert werden, dass ein Einfluss von Geisterpartikeln bzw. -intensität, welche die gemessene Geschwindigkeiten systematisch beeinflussen können, in der tomografischen PIV-Messung auch ausgeschlossen werden kann. Wie von Elsinga *et al.* (2010) gezeigt, kann die Geisterintensität unter bestimmten Umständen zur Verschiebung der gemessenen Geschwindigkeit in Richtung der in Volumentiefe mittleren Geschwindigkeit führen und hinterlässt somit einen charakteristischen Fußabdruck (siehe dazu auch Abschnitt 2.1).

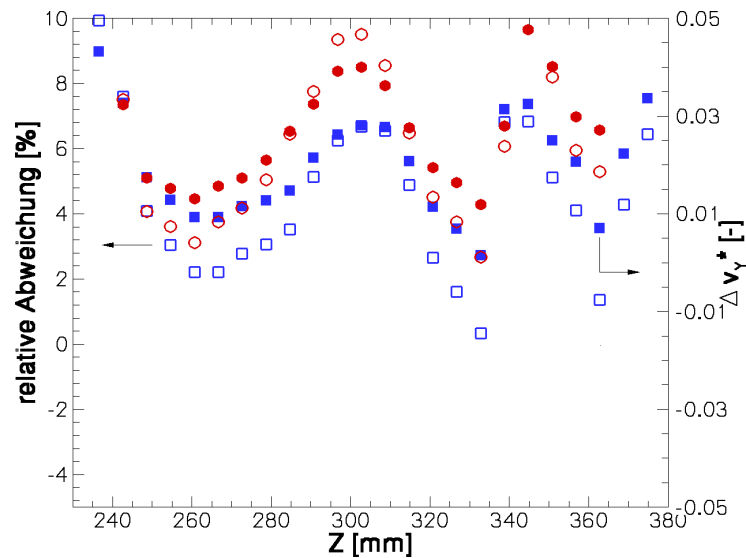
Zur weiteren Quantifizierung der Genauigkeit werden die oben ausgewählten Profile der Standardabweichung der Geschwindigkeit miteinander verglichen. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass die großen Abfragevolumen der Größe $48\text{ mm} \times 48\text{ mm} \times 24\text{ mm}$ bei der tomografischen PIV eine Tiefpassfilterung der instantanen Geschwindigkeitsfelder bewirken. Da die Abfragefenster bei der planaren PIV mit 11^2 mm^2 viel kleiner sind, werden die Standardabweichungen der tomografischen PIV-Daten immer kleiner als die der planaren PIV-Daten sein. Um eine bessere Vergleichbarkeit der Standardabweichung der tomografischen und planaren PIV-Daten zu gewährleisten, wurden die instantanen Geschwindigkeitsfelder der planaren PIV vor Berechnung der Standardabweichung mit einem Tiefpassfilter gefiltert. Dazu wurden die instantanen Geschwindigkeitsfelder lokal über Flächen räumlich gemittelt, wobei die Größe dieser Flächen mit der Y - Z -Ebene in dem Abfragevolumen der tomografischen PIV vergleichbar ist. Zum Vergleich sind in den nachfolgenden Diagrammen auch die ungefilterten Werte der Standardabweichungen aufgenommen. Des weiteren muss berücksichtigt werden, dass experimentell ermittelte Standardabweichungen immer zusätzlich den statistischen Messfehler des Messsystems beinhalten. Beide Größen können allerdings nicht voneinander getrennt werden.

In Abbildung 3.16 ist das Profil der Standardabweichung der Y -Geschwindigkeitskomponente als Funktion von Z dargestellt. Im Bereich von $Z = 240\text{ mm}$ bis 320 mm ist diese annähernd konstant. Dort hat die Standardabweichung Werte von etwa $0,01$ bis $0,012\text{ m/s}$ und steigt bis zu einem Werte von $0,014\text{ m/s}$ am äußeren Rand des Messvolumens an. Der Vergleich der Messwerte beider Messsysteme ergibt Unterschiede von weniger als $|\Delta v_Y^*| = 0,05$ ($|\Delta v_Y| = 0,001\text{ m/s}$, siehe Abbildung 3.16(b)), was einer maximalen relativen Abweichungen von bis zu 10% von den gefilterten planaren PIV-Daten entspricht.

Abbildung 3.17 zeigt die Standardabweichung der Z -Geschwindigkeitskomponente als Funktion von Y . Die ungefilterten mittels planarer PIV gemessenen



(a) Standardabweichung der Geschwindigkeit v_Y (Daten gemessen mit tomografischer PIV unter Verwendung der MART (\square) sowie der SMART (\bullet) und gemessen mit planarer PIV (— gefilterte Daten, - - ungefilterte Daten). Fehlerbalken zeigt Größe der Abfragevolumen in Z -Richtung an.



(b) Unterschied in der Standardabweichung der Geschwindigkeit v_Y zwischen mit planarer und tomografischer PIV gemessenen Daten (\blacksquare – absoluter Unterschied bei Verwendung der MART, \bullet – SMART, \square – relativer Unterschied bei Verwendung der MART, \circ – SMART). Relative Unterschiede sind relativ zu planaren PIV-Daten. Zur Berechnung der Abweichung wurden die gefilterten planaren PIV Daten verwendet.

Abbildung 3.16: Profile der Standardabweichung der Geschwindigkeit in Y -Richtung bei $X = 1564 \text{ mm}$ und $Y = 239 \text{ mm}$.

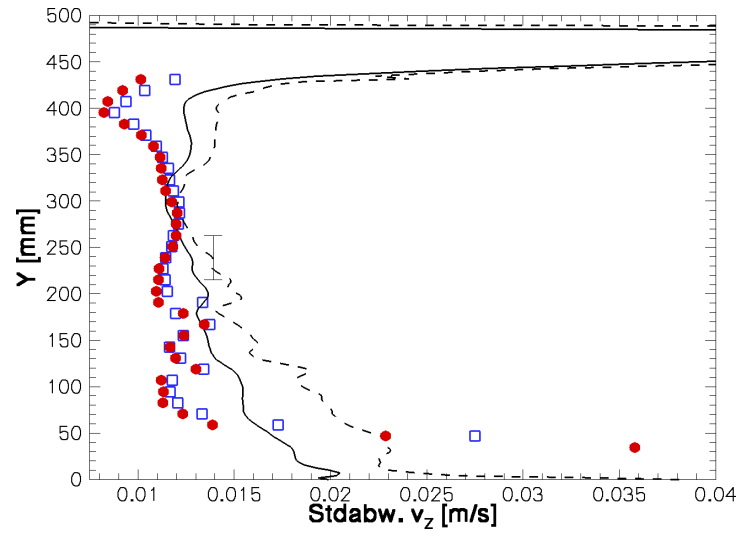
Daten nehmen hohe Werte im Bereich des Wandstrahls sowie am Boden der Konvektionszelle ($Z < 50$ mm) an. Im Bereich $Y = 50 - 400$ mm sind die Werte mit 0,01 bis 0,015 m/s geringer. Für $Y = 125 - 175$ mm ist der ansonsten annähernd glatte Verlauf der Standardabweichung der tomografischen PIV verrauscht. Der Vergleich der tomografischen PIV-Daten mit den gefilterten planaren PIV-Daten zeigt zudem, dass die Abweichungen abgesehen vom untersten Datenpunkt geringer als $|\Delta v_Z^*| = 0,2$ ($|\Delta v_Z| = 0,005$ m/s) sind. Auf Grund der sehr geringen Standardabweichungen ($v^* \approx 0,4 - 0,6$) ergeben sich daraus jedoch relative Abweichungen von den gefilterten planaren PIV-Daten von bis zu 30 %.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der Unterschied in der Standardabweichung in den analysierten Bereichen kleiner als $|\Delta v^*| = 0,2$ ($|\Delta v| = 0,008$ m/s) ist. Dieser Wert stimmt ebenfalls sehr gut mit dem von Elsinga *et al.* (2006b) bei kleinen Messvolumen gemessenen maximalen Unterschied in der mit tomografischer und stereoskopischer PIV gemessenen Standardabweichung, der sich auf 0,18 Voxel (entspricht $|\Delta v^*| = 0,18$) beläuft, überein.

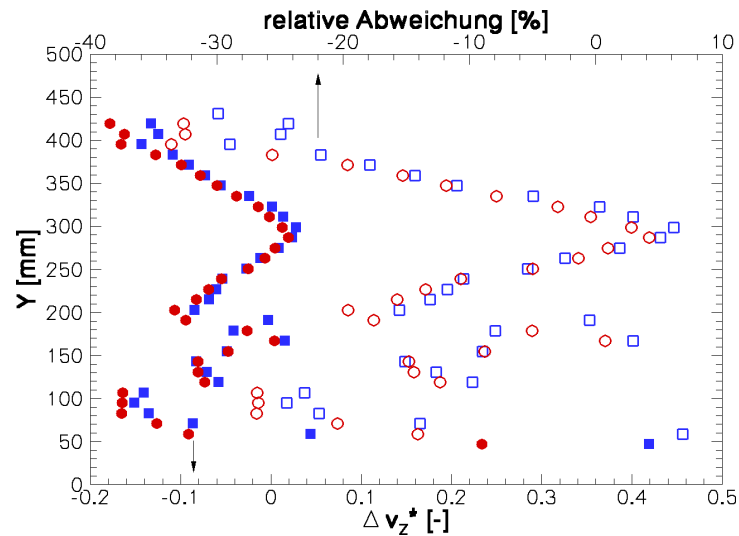
3.2.6 Vergleich der MART- und SMART-Daten

Des weiteren wird im Folgenden die Genauigkeit der modifizierten SMART-Implementierung durch Vergleich der mittleren Geschwindigkeiten, der Standardabweichungen der Geschwindigkeiten und der instantanen Geschwindigkeiten mit den entsprechenden MART-Ergebnissen untersucht. Dabei werden die jeweiligen Profile des letzten Abschnitts betrachtet.

Das mit der SMART ermittelte Profil der mittleren Geschwindigkeit in Y -Richtung ist in Abbildung 3.14 dargestellt. In der Abbildung sind auch die entsprechenden mit der MART ermittelten Ergebnisse und planaren PIV-Daten enthalten. Mit einer maximalen Abweichung von $|\Delta v_Y^*| = 0,05$ ($|\Delta v_Y| = 0,0013$ m/s, siehe Abbildung 3.14(b)) sind die mit der modifizierten SMART bzw. MART ermittelten Profile nahezu identisch mit Ausnahme der letzten beiden Punkte, für die eine maximale Abweichung von $|\Delta v_Y^*| = 0,15$ bzw. $|\Delta v_Y| = 0,0038$ m/s ermittelt wurde. Auch bei dem mit der SMART ermittelten Profil ist keine systematische Änderung der Genauigkeit in Tiefenrichtung (Z -Richtung) erkennbar. Daraus kann gefolgert werden, dass die Änderung der Größe des Interpolationsfilters im Bildbereich einen zu vernachlässigenden Einfluss auf die Genauigkeit der Messmethode hat. Das Profil der mittleren Z -Geschwindigkeitskomponente ist in Abbildung 3.15 dargestellt. Auch hier sind



(a) Standardabweichung der Geschwindigkeit v_Z (Daten gemessen mit tomografischer PIV unter Verwendung der MART (\square) sowie der SMART (\bullet) und gemessen mit planarer PIV ($—$ gefilterte Daten, $- - -$ ungefilterte Daten). Fehlerbalken zeigt Größe der Abfragevolumen in Y -Richtung an.



(b) Unterschied in der Standardabweichung der Geschwindigkeit v_Z zwischen mit planarer und tomografischer PIV gemessenen Daten (\blacksquare – absoluter Unterschied bei Verwendung der MART, \bullet – SMART, \square – relativer Unterschied bei Verwendung der MART, \circ – SMART). Relative Unterschiede sind relativ zu planaren PIV-Daten. Zur Berechnung der Abweichung wurden die gefilterten planaren PIV Daten verwendet.

Abbildung 3.17: Profile der Standardabweichung der Geschwindigkeit in Y -Richtung bei $X = 1564$ mm und $Z = 309$ mm.

die MART- und die SMART-Verläufe bei einer maximalen Abweichung von $|\Delta v_Z^*| = 0,05$ ($|\Delta v_Z| = 0,0013$ m/s, siehe Abbildung 3.15(b)) nahezu identisch und auch hier wird für den untersten Punkt eine etwas größere Abweichung von $|\Delta v_Z^*| = 0,3$ ($|\Delta v_Z| = 0,0075$ m/s) ermittelt.

Ähnlich gute Ergebnisse ergeben sich aus dem Vergleich der Standardabweichungen der mit MART und SMART ermittelten Geschwindigkeit. Abbildung 3.16 zeigt die Profile der Standardabweichung der Geschwindigkeit in Y -Richtung. Die Verläufe sind nahezu identisch bei einer maximalen Differenz von $|\Delta v_Y^*| = 0,025$ ($|\Delta v_Y| = 0,0006$ m/s, siehe Abbildung 3.16(b)), wobei die SMART-Standardabweichung etwas höhere Werte liefert. Letzteres bedeutet, dass die Abweichung zu den gefilterten planaren PIV-Daten etwas größer ist (siehe Abbildung 3.16(b)), was möglicherweise auf einen größeren statistischen Messfehler, der auch in der Standardabweichung enthalten ist (siehe Abschnitt 3.2.5), zurückgeführt werden kann. Für die beiden untersten Punkte wird zudem eine etwas größere Abweichung ermittelt. Schließlich sind in Abbildung 3.17 ebenfalls die nahezu gleich verlaufenden Profile der Standardabweichung der Geschwindigkeit in Z -Richtung beider Rekonstruktionstechniken dargestellt. Wie zuvor (siehe Abbildung 3.16) ist die Abweichung geringer als $|\Delta v_Z^*| = 0,025$ ($|\Delta v_Z| = 0,0006$ m/s, siehe Abbildung 3.17(b)). Allerdings weist ein Datenpunkt in der Mitte des Profils und die beiden untersten Datenpunkte Unterschiede von bis zu $|\Delta v_Z^*| = 0,2$ ($|\Delta v_Z| = 0,0050$ m/s) auf.

Zur weiteren Beurteilung der Genauigkeit der modifizierten SMART-Implementierung wird die Differenz der instantanen Geschwindigkeiten beim Einsatz beider Rekonstruktionsalgorithmen analysiert. In Abbildung 3.18 sind die Häufigkeitsverteilungen der Geschwindigkeitsdifferenz in X -, Y - und Z -Richtung dargestellt. Alle drei Verteilungen sind annähernd symmetrisch mit einem Mittelwert um Null. Die Verteilung der Differenz in Y -Richtung ist breiter als in X -Richtung und schmaler als in Z -Richtung. Für diese ergeben sich Standardabweichungen von Δv_X^* , Δv_Y^* und Δv_Z^* von 0,10 ($\Delta v_X = 0,0025$ m/s), 0,16 ($\Delta v_Y = 0,004$ m/s) bzw. 0,15 ($\Delta v_Z = 0,0038$ m/s).

Einen Aufschluss über die räumliche Verteilung der Differenzen zwischen den instantanen Geschwindigkeiten geben die Standardabweichungen der Geschwindigkeitsdifferenzen auf den bereits oben betrachteten Linien (siehe Abbildung 3.14 bis 3.17), die in Abbildung 3.19 und 3.20 aufgetragen sind. Die Standardabweichungen als Funktion von Z spiegeln einen sehr breiten Bereich mit konstanten Differenzen von ca. 0,05 in X - und Y -Richtung ($\Delta v_X = 0,0013$ m/s und $\Delta v_Y = 0,0013$ m/s) bzw. ca. 0,1 in Z -Richtung ($\Delta v_Z = 0,0025$ m/s) wider.

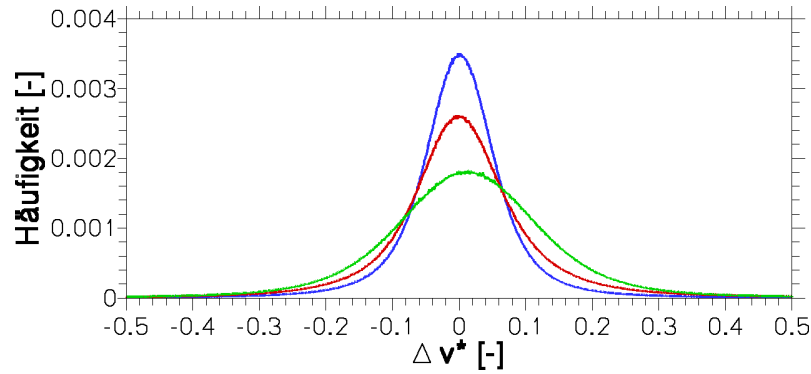


Abbildung 3.18: Häufigkeitsverteilung der Differenz zwischen der mit der MART und der SMART ermittelten instantanen Geschwindigkeiten (— Differenz in X -Richtung, — Y -Richtung, — Z -Richtung). Statistik basiert auf ca. 11 Millionen Datenpunkten.

Am vorderen und hinteren Rand werden Werte bis zu 0,2 ($\Delta v = 0,005$ m/s) erreicht. Ein ähnliches Verhalten zeigen auch die Standardabweichungen der Unterschiede als Funktion entlang der Y -Koordinate. Im mittleren Bereich bildet sich ein Plateau mit Werten von ca. 0,05 in X - und Y -Richtung ($\Delta v_X = 0,0013$ m/s und $\Delta v_Y = 0,0013$ m/s) bzw. ca. 0,1 in Z -Richtung ($\Delta v_Z = 0,0025$ m/s) aus. Am oberen und unteren Ende der Profile steigen die Standardabweichungen auf Werte bis zu 0,2 ($\Delta v = 0,005$ m/s) bzw. 0,37 ($\Delta v = 0,009$ m/s) an.

Der Verlauf der Standardabweichung der Geschwindigkeitsdifferenzen in der Y - Z -Ebene (Abbildung 3.21) zeigt wie bereits der Verlauf des Korrelationskoeffizienten (siehe Abbildung 3.12) auf eine erhöhte Korrelation mit dem Profil der Lichtquelle (siehe Abbildung 3.6). Höhere Differenzen treten in Bereichen auf, in denen die Intensität der Lichtquelle niedriger ist (äußere Bereiche des Volumens) und geringere Differenzen in Bereichen höherer Intensität (innere Bereiche des Volumens).

Die Unterschiede in den instantanen Geschwindigkeiten sind zudem in guter Übereinstimmung mit den von Atkinson & Soria (2009) publizierten Werten ihrer SMART-Implementierung. In ihrer tomografischen PIV in kleinen Messvolumen einer turbulenten Grenzschicht zeigen sie, dass die RMS-Werte (räumlich und zeitliche Mittelung) der Differenz der Partikelverschiebungen in X -, Y - und Z -Richtung bei Anwendung von fünf MART- und zehn SMART-Iterationen 0,21, 0,16 und 0,28 Voxel (entspricht $\Delta v_X^* = 0,21$, $\Delta v_Y^* = 0,16$ bzw. $\Delta v_Z^* = 0,28$) betragen. Die RMS-Werte bzw. die Standardabweichung, für den Fall, dass die mittlere Abweichung Null ist (dies ist hier annähernd der Fall), sind von der gleichen Größenordnung. Allerdings sind die hier er-

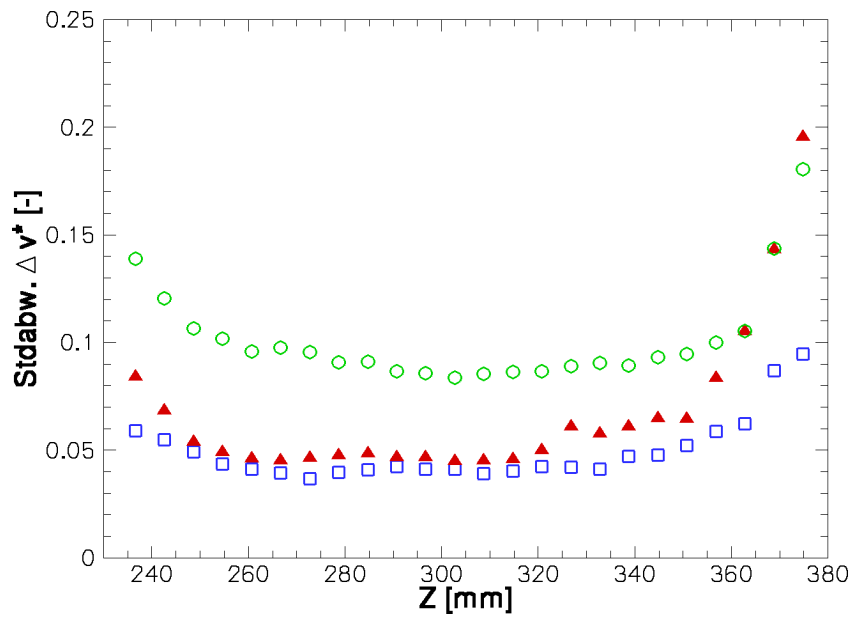


Abbildung 3.19: Profil der Standardabweichung der Differenz zwischen der mit der MART und der SMART ermittelten instantanen Geschwindigkeiten bei $X = 1564$ mm und $Y = 239$ mm (\square – Standardabweichung in X -Richtung, \blacktriangle – Y -Richtung, \circ – Z -Richtung).

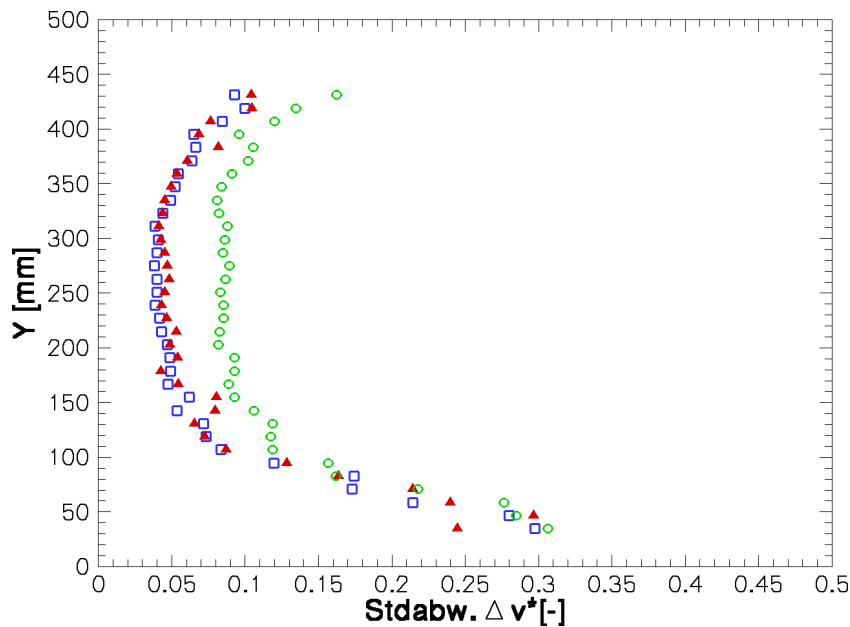


Abbildung 3.20: Profil der Standardabweichung der Differenz zwischen der mit der MART und der SMART ermittelten instantanen Geschwindigkeiten bei $X = 1564$ mm und $Z = 309$ mm (\square – Standardabweichung in X -Richtung, \blacktriangle – Y -Richtung, \circ – Z -Richtung).

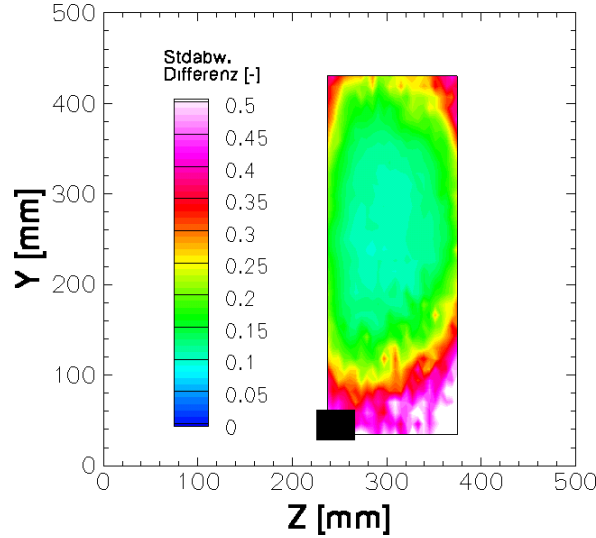


Abbildung 3.21: Betrag der Standardabweichung der Differenz zwischen der mit der MART und der SMART ermittelten instantanen Geschwindigkeiten in der Y - Z -Ebene bei $X = 1564$ mm.

zielten Werte in X - und Z -Richtung um 0,11 ($\Delta v_X^* = 0,0028$) bzw. 0,13 ($\Delta v_Z^* = 0,0033$) kleiner als bei Atkinson & Soria (2009). Eine mögliche Begründung für die höheren Werte von Atkinson & Soria (2009) könnte sein, dass sie eine Strömung im voll turbulenten Bereich untersuchten, bei dem der statistische Fehler und somit auch die Standardabweichung höher sein können (siehe Scarano & Poelma, 2009). Möglicherweise wird die hier erreichte kleinere Abweichung zusätzlich durch die geringere Anzahl an Iterationen der SMART begünstigt. Wie in Abschnitt 3.2.1 gezeigt wurde, sind die Abweichungen in den Verschiebungen bei einer geringeren Anzahl an Iterationen der MART und der SMART kleiner, wobei hier nur fünf Iterationen der modifizierten SMART-Implementierung durchgeführt wurden und Atkinson & Soria (2009) ihre SMART-Implementierung zehnmal iterierten.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die Unterschiede in der mittleren Geschwindigkeit und der Standardabweichung der Geschwindigkeit zwischen den mit der MART und der SMART ermittelten Werten nur $|\Delta v^*| = 0,05$ ($|\Delta v| = 0,0013$ m/s) bzw. $|\Delta v^*| = 0,025$ ($|\Delta v| = 0,0006$ m/s) betragen. Der Vergleich der instantanen Geschwindigkeiten zeigt zudem Unterschiede von $|\Delta v^*| = 0,05$ ($|\Delta v| = 0,0013$ m/s) in X - und Y -Richtung bzw. $|\Delta v^*| = 0,1$ ($|\Delta v| = 0,0025$ m/s) in Z -Richtung in großen Bereichen des Messvolumens. Die hier erreichten Abweichungen bei Verwendung der MART und der SMART sind sehr gering. Daraus folgt, dass die vorgenommene Modifikation an der

SMART keine Auswirkung auf die Genauigkeit der Messung hat. Des weiteren wird deutlich, dass es entlang der Tiefenrichtung (Z -Richtung) keine systematische Änderung der Genauigkeit bzw. der Geschwindigkeitsabweichung gibt. Dies weist darauf hin, dass Effekte auf Grund der Änderung des Einflussbereichs der Interpolationsfilter im Bildbereich bei der MART sowie im physikalischen Bereich bei der SMART (siehe Abschnitt 2.3.5) für die in dieser Arbeit diskutierten Messungen vernachlässigt werden können. Allerdings zeigen die vorgestellten Untersuchungen einen Einfluss der Qualität der Ausleuchtung des Messvolumens auf die Messgenauigkeit.

3.3 Ergebnisse für das dicke Messvolumen

Um die Anwendbarkeit des entwickelten Messsystems zur Untersuchung großskaliger Strömungsstrukturen nachzuweisen, werden im folgenden Abschnitt die in der Konvektionszelle gemessenen Strömungsdaten exemplarisch analysiert.

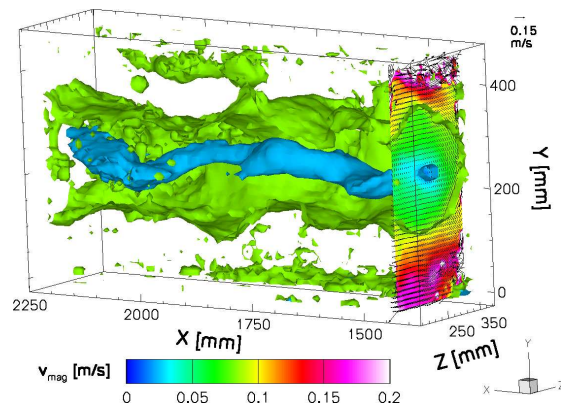
Hierfür werden zunächst großskalige Strömungsstrukturen in erzwungener Konvektion für eine Reynolds-Zahl von $1,04 \times 10^4$ identifiziert und interpretiert.⁶ Anschließend werden großskalige Strömungsstrukturen in gemischter Konvektion für Archimedes-Zahlen von 2,1 und 3,6 analysiert. Die Reynolds-Zahl beider Messungen beträgt dabei genau wie bei der erzwungenen Konvektion $1,04 \times 10^4$. Somit kann der Einfluss von Auftriebskräften auf die erzwungene Konvektion untersucht werden.

Die Ergebnisse werden mit Daten aus der Literatur von Schmeling *et al.* (2010a,b) und Westhoff *et al.* (2010), die erzwungene und gemischte Konvektion in der gleichen Versuchseinrichtung untersuchten, verglichen. Sie erfassen das Geschwindigkeitsfeld mit zwei- sowie drei-Komponenten-PIV in dünnen Lichtschnittebenen und führten Temperaturmessungen im Luftauslasskanal durch.

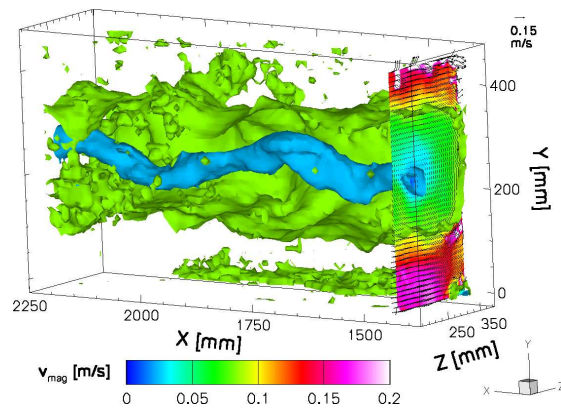
3.3.1 Erzwungene Konvektion

Der entscheidende Vorteil von tomografischer PIV gegenüber anderen dreidimensionalen Geschwindigkeitsmesstechniken ist die Möglichkeit der hoch-

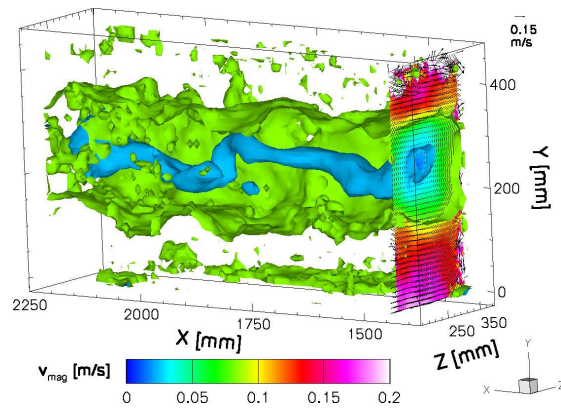
⁶Die Strömung für diese Reynolds-Zahl wurde bereits für den Vergleich mit planarer PIV herangezogen und kurz diskutiert (siehe Abschnitt 3.2.3). In dieser Messung ist das Messvolumen so positioniert, dass die Kernlinie der Rollenstruktur im Messvolumen liegt.



(a) Geschwindigkeitsfeld zum Zeitpunkt t_0 .



(b) Geschwindigkeitsfeld zum Zeitpunkt $t_0 + 13,5$ s.



(c) Geschwindigkeitsfeld zum Zeitpunkt $t_0 + 27,0$ s.

Abbildung 3.22: Instantane Geschwindigkeitsfelder in erzwungener Konvektion für $Re = 1,04 \times 10^4$. Geschwindigkeitsfeld ist durch Isoflächen des Geschwindigkeitsbetrags visualisiert (blau entspricht $0,025$ m/s und grün $0,085$ m/s). Zudem ist farblich kodiert der Geschwindigkeitsbetrag sowie die Geschwindigkeitsvektoren in einer Y - Z -Ebene gezeigt.

aufgelösten Erfassung von instantanen Geschwindigkeitsverteilungen in einem kompletten Messvolumen. In Abbildung 3.22 sind beispielhaft drei gemessene instantane Geschwindigkeitsfelder der erzwungenen Konvektion dargestellt. Wie in Abschnitt 3.2.3 bereits diskutiert, weist die Strömung in der Konvektionszelle im Mittel eine annähernd zwei-dimensionale Rollenstruktur mit einer gleichmäßig gewellten Kernlinie auf. Diese Rollenstruktur ist auch in den instantanen Geschwindigkeitsfeldern zu erkennen, allerdings fällt dabei auch der turbulente Charakter der Strömung auf. Insbesondere zeigt der Vergleich der drei Geschwindigkeitsfelder, dass die Position der Kernlinie starken zeitlichen Schwankungen unterliegt.

Um diese Schwankungen der Kernlinie genauer zu untersuchen wird ihre Position in den einzelnen instantanen Geschwindigkeitsfeldern mit Hilfe des von Graftieaux *et al.* (2001) vorgestellten Algorithmus zur Detektion von Wirbeln bestimmt, der für nicht konvektierende großskalige Rollenstrukturen anwendbar ist. Hierfür wird für alle Punkte jedes instantanen Geschwindigkeitsfelds der Vektor $\vec{\Gamma}_1 = (\Gamma_{1X}, \Gamma_{1Y}, \Gamma_{1Z})$ berechnet:

$$\vec{\Gamma}_1(\vec{X}) = \frac{1}{N} \sum_S \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{\|\vec{r}\| \cdot \|\vec{v}\|} \quad (3.4)$$

N ist dabei die Anzahl der Position \vec{X} umgebenen Punkte eines Bereichs S . \vec{r} und \vec{v} sind die Abstandsvektoren der umliegenden Punkte bezüglich der Position \vec{X} bzw. die Geschwindigkeitsvektoren dieser Punkte. Der maximale Betrag von $\vec{\Gamma}_1$ gibt dann Aufschluss über die Position des Kerns der Rollenstruktur im Messvolumen. Zur Erhöhung der räumlichen Auflösung der Positionsbestimmung wird die Verteilung von $\vec{\Gamma}_1$ zwischen den diskreten Punkten mit Hilfe von ein-dimensionalen Gauß-Kurven ähnlich wie bei der Bestimmung der Maxima in den Korrelationsebenen beim digitalen PIV interpoliert. In Abbildung 3.23 sind die detektierten Kernlinien von 25 aufeinander folgenden instantanen Messungen dargestellt. Die Kernlinien aus den drei in Abbildung 3.22 gezeigten instantanen Geschwindigkeitsfeldern sind farblich im Diagramm markiert. Visuell stimmen die Formen der detektierten Kernlinie sehr gut mit den Formen der Isofläche der kleinsten Geschwindigkeit überein. Dies gilt insbesondere für die Y-Position der Kernlinie.

Die dargestellte Abfolge entspricht einer Messzeit von 36 s und spiegelt den starken instationären Charakter der Kernlinie deutlich wider. Auffällig sind die für ca. 4 bis 10 s konstant bleibenden Amplituden der Kernlinie in Y- oder Z-Richtung. Diese wandern in der kurzen Zeit weniger als 100 mm entlang der

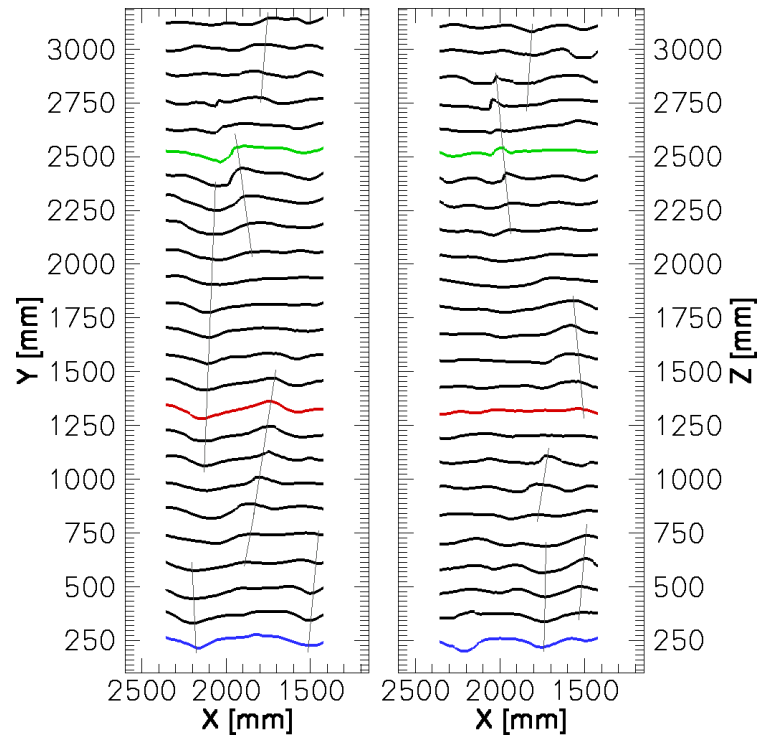
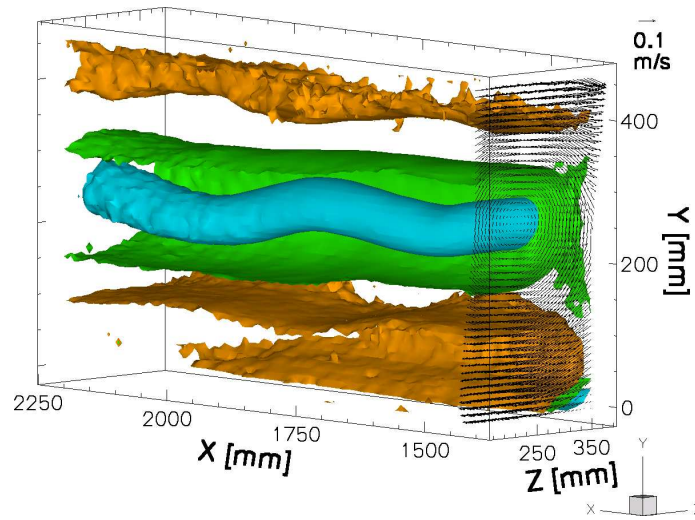


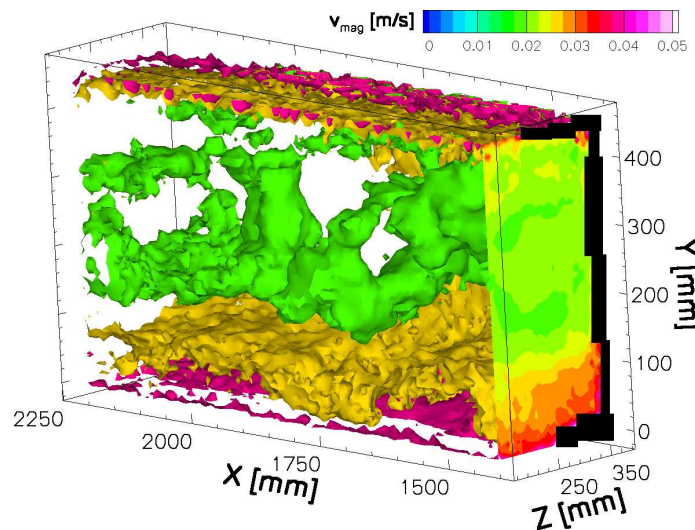
Abbildung 3.23: Position der Kernlinie der Rollenstruktur extrahiert aus den instantanen Geschwindigkeitsfeldern in erzwungener Konvektion für $Re = 1,04 \times 10^4$. Linkes Diagramm zeigt Positionen in Y -Richtung und rechtes Diagramm in Z -Richtung. Zeitlich aufeinander folgende Kernlinien sind jeweils um 120 mm in Y - und Z -Richtung versetzt. Die blaue, rote und grüne Kernlinie ist aus den instantanen Geschwindigkeitsfeldern in Abbildung 3.22(a), (b) bzw. (c) extrahiert. Die grauen Linien verdeutlichen das Wandern von lokalen Maxima bzw. Minima.

X -Richtung und verschwinden dann wieder. In der Zwischenzeit können die Kernlinien allerdings an anderen Stellen im Messvolumen wellig werden, was durch die eingezeichneten Linien in der Abbildung verdeutlicht wird.

In Abbildung 3.24(a) ist das gemessene mittlere Geschwindigkeitsfeld mit Hilfe von Flächen gleicher Geschwindigkeitsbeträge visualisiert. Die schalenförmige Struktur der Isoflächen weist auf eine im Messvolumen bzw. in der Konvektionszelle existierende Rollenstruktur hin, die annähernd zwei-dimensional ist. Sehr gut erkennbar sind die welligen Strukturen des Kerns, welche in dieser Versuchseinrichtung bereits mittels stereoskopischer PIV bei verschiedenen Reynolds-Zahlen der gleichen Größenordnung gefunden wurden (siehe Schmeling *et al.*, 2010a; Westhoff *et al.*, 2010). Abbildung 3.24(b) zeigt zudem die Standardabweichung der Geschwindigkeit in dem Messvolumen, die durch Isoflächen des Betrags der Standardabweichung und dem Verlauf der Standardabweichung in einer Ebene visualisiert ist. Im Bereich der Wandstrahlen sind die



(a) Mittleres Geschwindigkeitsfeld visualisiert durch Isoflächen des Geschwindigkeitsbetrags (blau entspricht 0,03 m/s, grün 0,07 m/s und orange 0,11 m/s). In einer Y-Z-Ebene sind zudem die Geschwindigkeitsvektoren dargestellt.



(b) Standardabweichung der Geschwindigkeit visualisiert durch Isoflächen des Betrags der Standardabweichung (grün entspricht 0,02 m/s, gelb 0,027 m/s und violett 0,04 m/s).

Abbildung 3.24: Mittleres Geschwindigkeitsfeld und Standardabweichung der Geschwindigkeit in erzwungener Konvektion für $Re = 1,04 \times 10^4$.

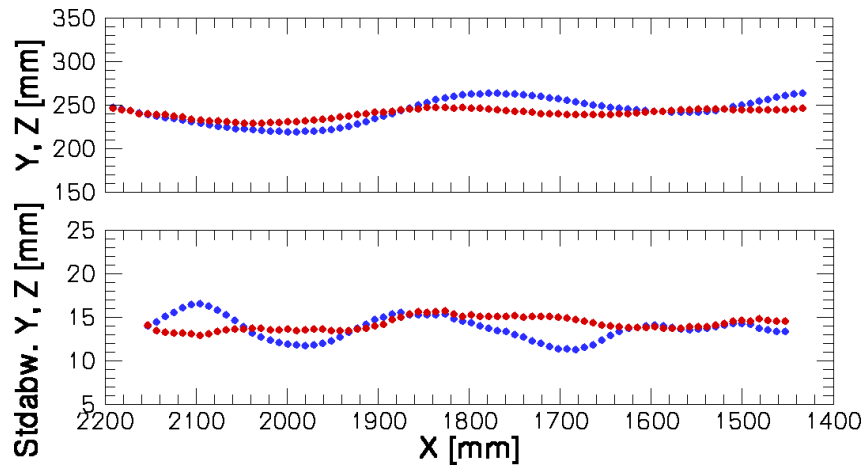


Abbildung 3.25: Mittlere Position der Kernlinie der Rollenstruktur (oberes Diagramm) und Standardabweichung der Position (unteres Diagramm) in erzwungener Konvektion für $Re = 1,04 \times 10^4$ (• – Y-Position, • – Z-Position).

Werte der Standardabweichung mit 0,05 m/s am höchsten (vgl. auch Abbildung 3.17), was den instationären Charakter der Strömung in diesem Bereich verdeutlicht. Im inneren Bereich der Rollenstruktur ist die Standardabweichung mit Werten von ca. 0,02 m/s hingegen geringer und annähernd konstant.

Um quantitative Aussagen über die Form der Kernlinie der Rollenstruktur machen zu können, wurde diese aus dem mittleren Geschwindigkeitsfeld extrahiert. In Abbildung 3.25 sind die mittleren Positionen der Kernlinie in Y- und Z-Richtung als Funktion der Länge des Messvolumens (X-Richtung) aufgetragen. Sowohl in Y- als auch in Z-Richtung ist der wellige Verlauf der Kernlinie deutlich sichtbar. Die Amplitude von bis zu 25 mm in Y-Richtung ist größer als in Z-Richtung, mit Werten von bis zu 10 mm. Die Wellenlänge der Struktur kann in Y- und Z-Richtung mit etwa 0,47 m abgeschätzt werden, was annähernd der Höhe bzw. Tiefe der Konvektionszelle entspricht. Dieses Ergebnis stimmt sehr gut mit dem von Westhoff *et al.* (2010) überein. Sie extrahierten aus ihren zwei-dimensionalen Daten eine Wellenlänge von 0,5 m in Höhenrichtung (Y-Richtung). Des weiteren wird deutlich, dass die Maxima der Kernlinie in Y- und Z-Richtung weniger als 100 mm gegeneinander versetzt sind, was auf eine leichte Verdrehung der Kernlinie im Messvolumen hinweist.

Um mehr Informationen über die Dynamik der Kernlinie zu bekommen, wurde die Standardabweichung der Position der Kernlinien für jede Y-Z-Ebene berechnet. Die für die Berechnung notwendigen mittleren Positionen der Kernlinie wurden hierfür aus dem mittleren Strömungsfeld (siehe oberes Diagramm in Abbildung 3.25) und die instantanen Positionen aus den instantanen Ge-

Tabelle 3.3: Standardabweichung der Position der Kernlinie in Y - und Z -Richtung.

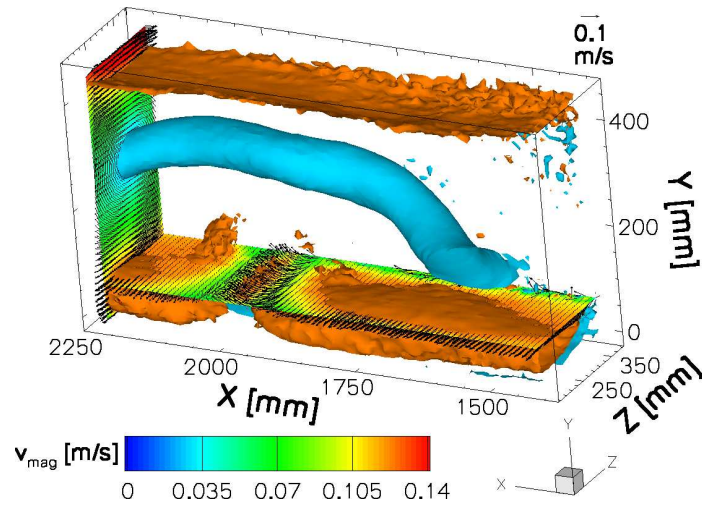
Re	Ar	Stdabw. Y [mm]	Stdabw. Z [mm]
$1,04 \times 10^4$	0	13,8	14,3
$1,04 \times 10^4$	2,1	27,3	24,3

schwindigkeitsfeldern extrahiert. Bei Berücksichtigung aller Datenpunkte im Messvolumen beträgt die Standardabweichung in Y - sowie in Z -Richtung jeweils etwa 14 mm (siehe Tabelle 3.3). Das untere Diagramm in Abbildung 3.25 zeigt zudem die Standardabweichung als Funktion von X . Man erkennt, dass die Standardabweichung in Z -Richtung über die Länge des Messvolumens mit ca. 14 mm annähernd konstant ist. Die Werte in Y -Richtung schwanken hingegen mit ± 3 mm leicht um diesen Wert.

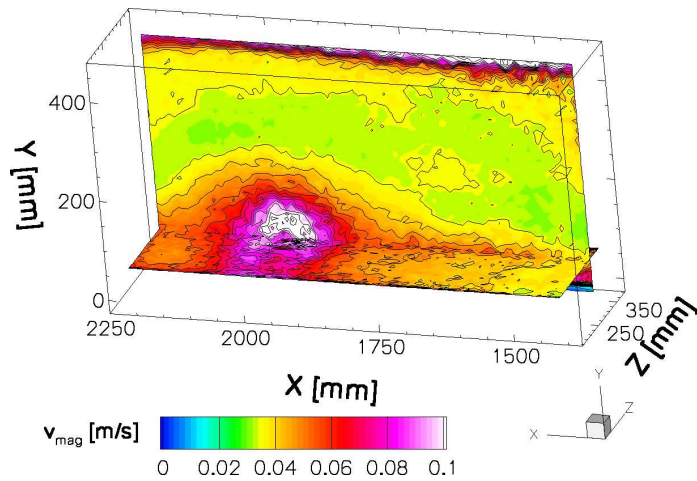
3.3.2 Gemischte Konvektion

In Abbildung 3.26(a) ist das mittlere Geschwindigkeitsfeld für $Ar = 2,1$ dargestellt. Die Strömung ist wie zuvor mit Isoflächen des Betrags der Geschwindigkeit sowie durch die Geschwindigkeitsverteilung in verschiedenen Ebenen visualisiert. Das Geschwindigkeitsfeld in der Y - Z -Ebene spiegelt wie bei reiner erzwungener Konvektion eine Rollenstruktur im Messvolumen bzw. in der Konvektionszelle wider. Im Gegensatz zur reinen erzwungenen Konvektion ist die Kernlinie der Rollenstruktur verformt und verschoben. Aus der Geschwindigkeitsverteilung in der X - Z -Ebene wird durch die in Y -Richtung zeigenden Geschwindigkeitsvektoren deutlich, dass bei $X \approx 2000$ mm über die gesamte Tiefe des Messvolumens (Z -Richtung) Luft aufsteigt, da sie von der Heizplatte erwärmt wurde. Abbildung 3.27 zeigt die Details in diesem Bereich. Man erkennt, dass Luft bis zu ca. 100 mm in Y -Richtung aufsteigt (Bereich A in Abbildung 3.27), dort auf die zirkulierende Luft der Rollenstruktur trifft (Bereich B) und von dieser seitlich abgelenkt wird. Dadurch bilden sich links und rechts dieses Gebiets kleine Wirbel mit Achsen in Z -Richtung aus (Bereich C).

Die Standardabweichung der Geschwindigkeit ist in Abbildung 3.26(b) dargestellt. Ausgehend vom Kernbereich der Rollenstruktur, wo die Werte der Standardabweichung mit ca. 0,03 m/s (Betrag der Standardabweichung) konstant sind, steigen sie außerhalb des Kernbereichs bis auf Werte von ca. 0,04 m/s an. Im Bereich der aufsteigenden warmen Luft ($X \approx 2000$ mm) werden erwartungsgemäß hohe Werte ermittelt (vgl. Westhoff *et al.*, 2010). Diese betragen bis zu 0,1 m/s.



(a) Mittleres Geschwindigkeitsfeld visualisiert durch Isoflächen des Geschwindigkeitsbetrags (blau entspricht $0,03 \text{ m/s}$ und orange $0,125 \text{ m/s}$). In einer X - Z - und einer Y - Z -Ebene ist zudem farblich kodiert der Betrag der Geschwindigkeit sowie die Geschwindigkeitsvektoren dargestellt. In der Y - Z -Ebene sind nur die in diese Ebene projizierten Geschwindigkeitsvektoren zu sehen.



(b) Standardabweichung der Geschwindigkeit visualisiert in einer X - Y - und einer X - Z -Ebene. Farblich kodiert ist der Betrag der Standardabweichung dargestellt.

Abbildung 3.26: Mittleres Geschwindigkeitsfeld und Standardabweichung der Geschwindigkeit in gemischter Konvektion für $Ar = 2,1$.

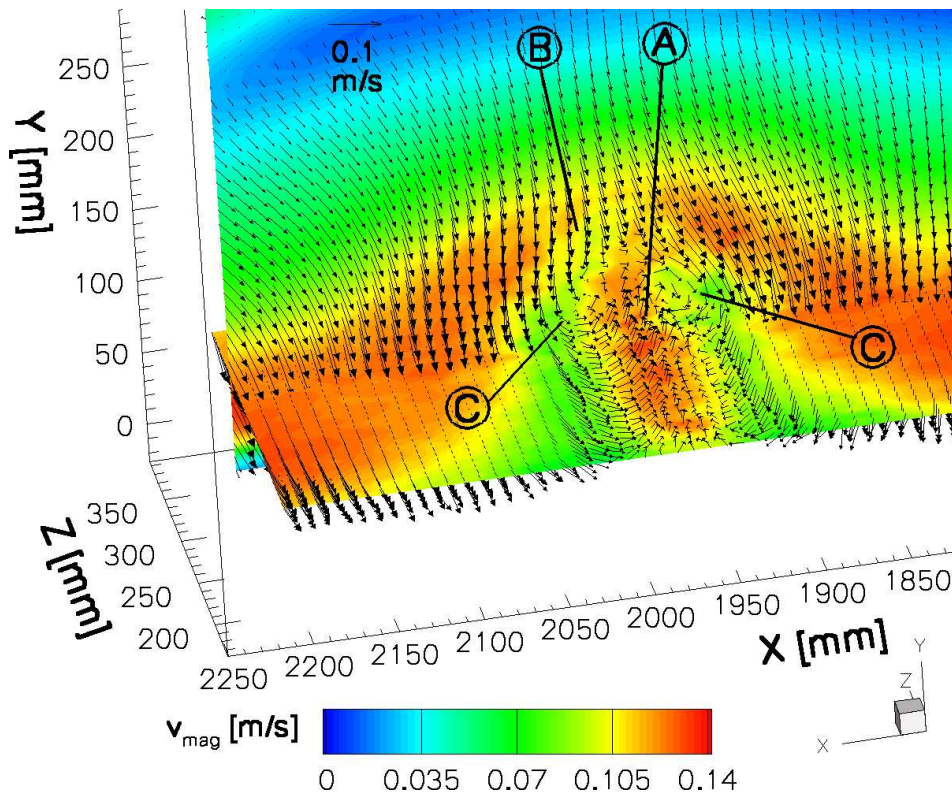


Abbildung 3.27: Detailansicht des in Abbildung 3.26(a) gezeigten mittleren Geschwindigkeitsfelds in gemischter Konvektion für $Ar = 2,1$. Farblich kodiert ist der Betrag der Geschwindigkeit sowie die drei-dimensionalen Geschwindigkeitsvektoren in einer X - Y - und in einer X - Z -Ebene dargestellt. A, B und C kennzeichnen Bereiche im Strömungsfeld, die im Text diskutiert sind.

Zur genaueren Charakterisierung des Bereichs der aufsteigenden Luft wurden alle drei Komponenten der Standardabweichung der Geschwindigkeit entlang einer Linie in X -Richtung bei $Y = 64$ mm und $Z = 275,8$ mm extrahiert (siehe Abbildung 3.28). In dem Diagramm ist zu erkennen, dass die Verläufe aller drei Komponenten im Bereich von $1900 \text{ mm} < X < 2050 \text{ mm}$ ein Plateau aufweisen, wobei bis zu 2,5-fach überhöhte Werte auftreten, die seitlich über eine Länge von ca. 50 mm abklingen.

Zur weiteren Quantifizierung der Form und des zeitlichen Verhaltens der Kernlinie der Rollenstruktur unter dem Einfluss der Auftriebskräfte ist in Abbildung 3.29 ihre mittlere Position sowie die Standardabweichung der Position dargestellt. Die mittleren Positionen wurden dazu wieder aus dem mittleren Geschwindigkeitsfeld und die für die Berechnung der Standardabweichung notwendigen instantanen Positionen aus den instantanen Geschwindigkeitsfeldern extrahiert. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Kernlinie im Vergleich mit

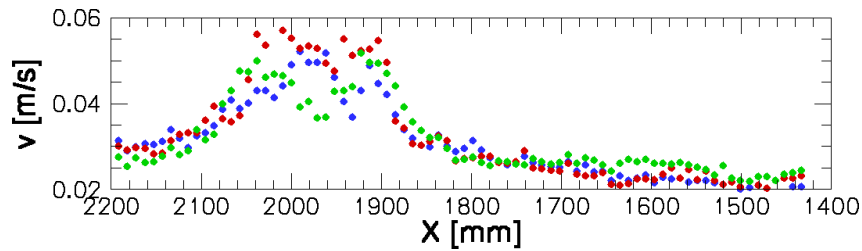


Abbildung 3.28: Standardabweichung der Geschwindigkeit in X - (•), Y - (•) und Z -Richtung (•) in gemischter Konvektion für $Ar = 2,1$ auf horizontaler Linie ($Y = 64$ mm, $Z = 275,8$ mm).

der reinen erzwungenen Konvektion um bis zu 50 mm in Y - und Z -Richtung verschoben ist (vgl. Abbildung 3.25). Zudem ist die Kernlinie im Vergleich zur erzwungenen Konvektion verbogen. Letzteres wird aus der Änderung der Position des Kerns um ca. 100 mm in Y - und Z -Richtung über die Länge des Messvolumens deutlich. Es ist offensichtlich, dass diese Verformung und Verschiebung der Kernlinie durch die bei $X \approx 2000$ mm aufsteigende warme Luft hervorgerufen wird. Die aufsteigende warme Luft beeinflusst des weiteren die Standardabweichungen der Position der Kernlinie. Diese betragen 27,3 mm und 24,3 mm in Y - bzw. Z -Richtung (siehe Tabelle 3.3) und sind somit 13 bzw. 14 mm größer als bei reiner erzwungener Konvektion für die gleiche Reynolds-Zahl. Die Verteilung der Standardabweichung entlang der X -Richtung in dem unteren Diagramm in Abbildung 3.29 zeigt annähernd konstante Werte für die Y -Komponente. Für $X > 1850$ mm trifft dies auch für die Z -Komponente zu. Für $X < 1850$ mm hingegen variiert die Z -Komponente der Standardabweichung um bis zu 8 mm gegenüber dem Wert, der für das gesamte Volumen bestimmt wurde (siehe Tabelle 3.3).

In Abbildung 3.30(a) ist das mittlere Strömungsfeld für die hohe Archimedes-Zahl ($Ar = 3,6$) dargestellt. Wie zuvor ist das Strömungsfeld mit Isoflächen des Betrags der Geschwindigkeit sowie der Geschwindigkeitsverteilung in verschiedenen Ebenen visualisiert. Durch die höhere Archimedes-Zahl steigt der Einfluss der Auftriebskräfte auf das Strömungsfeld, was deutlich in dem gemessenen Strömungsfeld zu erkennen ist. Die bei reiner erzwungener Konvektion und bei gemischter Konvektion für die niedrigste Archimedes-Zahl beobachtete Rollenstruktur ist bei $Ar = 3,6$ nicht mehr so eindeutig zu erkennen. Vielmehr scheint es, als ob diese Rollenstruktur in gegeneinander drehende Konvektionsrollen aufbricht, deren Ausbildung sich wie folgt erklären lässt: Wie aus den in Y -Richtung gerichteten Geschwindigkeitsvektoren in der Y - Z -Ebene sowie aus der Isofläche mit $v = 0,09$ m/s (Bereich B in Abbildung 3.30(a)) abgeleitet wer-

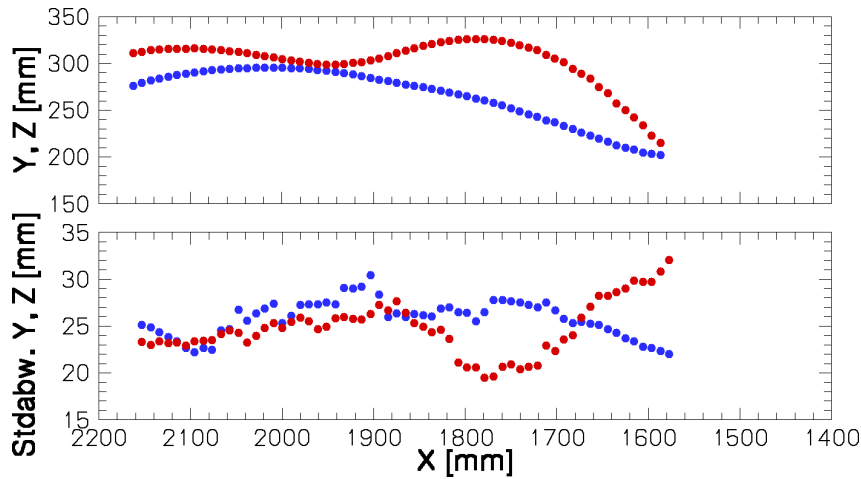
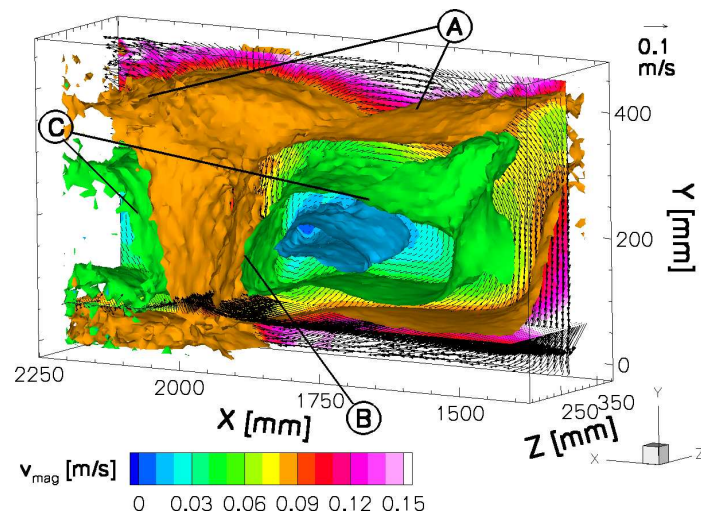


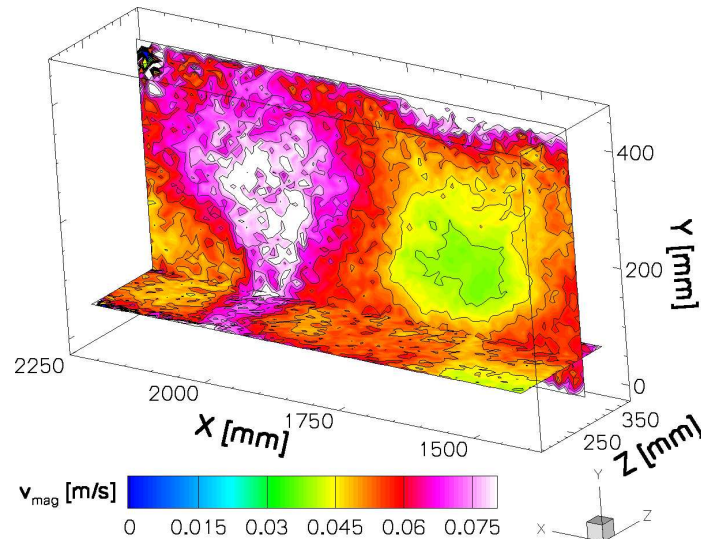
Abbildung 3.29: Mittlere Position der Kernlinie der Rollenstruktur (oberes Diagramm) und Standardabweichung der Position (unteres Diagramm) in gemischter Konvektion für $Ar = 2,1$ (• – Y-Position, • – Z-Position).

den kann, steigt warme Luft bei $X \approx 2000$ mm zur Decke der Konvektionszelle auf und bildet dort einen Staupunkt aus. Durch Wechselwirkungen mit der aus dem Einlass strömenden Luft wird die im Staupunkt seitlich in negative und positive X -Richtung umgelenkte Luft zur vorderen Seite der Konvektionszelle ($Z = 500$ mm) abgelenkt (Bereich A in Abbildung 3.30(a)). Durch Vermischung mit der kühleren Luft vom Lufteinlass und durch das Überströmen der Deckenplatte kühlt das Fluid ab und fällt im vorderen Bereich der Konvektionszelle ($Z = 500$ mm) zum Boden der Konvektionszelle. Dort angekommen, strömt das Fluid über die Oberfläche der Heizplatte in Richtung des Bereichs der aufsteigenden Luft bei $X \approx 2000$ mm zurück. Ein Teil der zirkulierenden Luft verlässt die Konvektionszelle allerdings wieder durch den Luftauslass. Insgesamt führt dies dann zur Ausbildung von zwei gegeneinander drehenden Konvektionsrollen im Bereich des Messvolumens, die mit einem C in der Abbildung gekennzeichnet sind.

Die gefundene Topologie des Strömungsfelds spiegelt sich des weiteren sehr deutlich in der Verteilung der Standardabweichung der Geschwindigkeit wieder, deren Verteilung in Abbildung 3.30(b) visualisiert ist. Dargestellt sind zwei mit dem Betrag der Standardabweichung der Geschwindigkeit farblich kodierte Ebenen. Wie zu erwarten, treten größere Werte von bis zu $0,1$ m/s im Bereich der aufsteigenden Luft auf. Im äußeren Bereich der Konvektionsrollen betragen die Werte ca. $0,05$ m/s, allerdings werden sie zum Inneren der Konvektionsrollen kleiner und weisen dort nur noch Werte von ca. $0,03$ m/s auf.



(a) Mittleres Geschwindigkeitsfeld visualisiert durch Isoflächen des Geschwindigkeitsbetrags (blau entspricht 0,015 m/s, grün 0,045 m/s und orange 0,09 m/s). In einer X - Y - und einer X - Z -Ebene ist zudem farblich kodiert der Betrag der Geschwindigkeit sowie die Geschwindigkeitsvektoren dargestellt. In der X - Y -Ebene sind nur die in diese Ebene projizierten Geschwindigkeitsvektoren zu sehen. A, B und C kennzeichnen Bereiche im Strömungsfeld, die im Text diskutiert sind.



(b) Standardabweichung der Geschwindigkeit visualisiert in einer X - Y - und einer X - Z -Ebene. Farblich kodiert ist der Betrag der Standardabweichung dargestellt.

Abbildung 3.30: Mittleres Geschwindigkeitsfeld und Standardabweichung der Geschwindigkeit in gemischter Konvektion für $Ar = 3,6$.

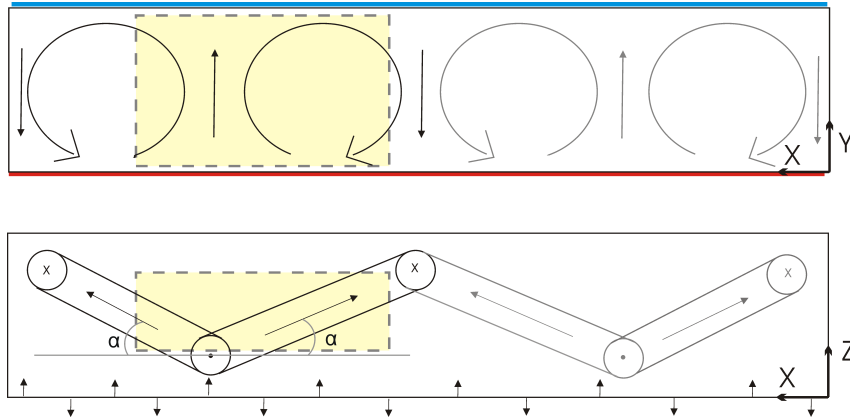


Abbildung 3.31: Anordnung der Konvektionsrollen in X - Y - und X - Z -Ebene der Konvektionszelle in gemischter Konvektion für $Ar = 3,6$. Das Messvolumen ist gelb markiert.

Die in dem Messvolumen gefundene Strömungstopologie lässt vermuten, dass sich bei diesen Strömungsbedingungen insgesamt vier gegeneinander drehende Konvektionsrollen in der Konvektionszelle ausbilden. Die Anordnung dieser Rollen ist schematisch in Abbildung 3.31 dargestellt. Die obere Skizze zeigt die Seitenansicht (X - Y -Ebene) der Konvektionszelle, in der die vier gegeneinander drehenden Konvektionsrollen zu sehen sind. Dabei sinkt das Fluid wahrscheinlich in der Mitte ($X = 1250$ mm) sowie an beiden Seiten der Konvektionszelle ($X = 0$ und 2500 mm) ab und steigt dazwischen jeweils auf. Dieses Bild der vier gegeneinander drehenden Rollenstrukturen wird darüber hinaus von Schmeling *et al.* (2010b) durch die Messung der Temperaturverteilung im Auslass der gleichen Konvektionszelle bestätigt. Sie konnten zeigen, dass kälteres Fluid die Konvektionszelle in der Mitte sowie an den Rändern (in X -Richtung) verlässt. Dazwischen strömt jeweils wärmeres Fluid aus dem Luftauslass. Diese Gebiete entsprechen jeweils denen der abfallenden bzw. aufsteigenden Luft und deuten somit die Existenz der vier gegeneinander drehenden Rollenstrukturen in der Konvektionszelle an.

Die durchgeführten volumetrischen Messungen geben hier zusätzlich Aufschluss über die Orientierung dieser Konvektionsrollen im Messvolumen. Aus dem diskutierten Verlauf der Strömung in dem Messvolumen, bei dem die zirkulierende Luft jeweils schräg über die Decken- sowie Bodenplatte strömt, kann abgeleitet werden, dass die Konvektionsrollen schräg in der Konvektionszelle angeordnet sind. Diese Anordnung ist in der unteren Skizze in Abbildung 3.31 dargestellt, in der die Draufsicht der Konvektionszelle und der Konvektionsrollen (X - Z -Ebene) gezeigt ist. Warmes Fluid steigt dabei an der Längsseite auf, an der die Lufteinlässe angebracht sind ($Z = 0$ mm) und sinkt an der

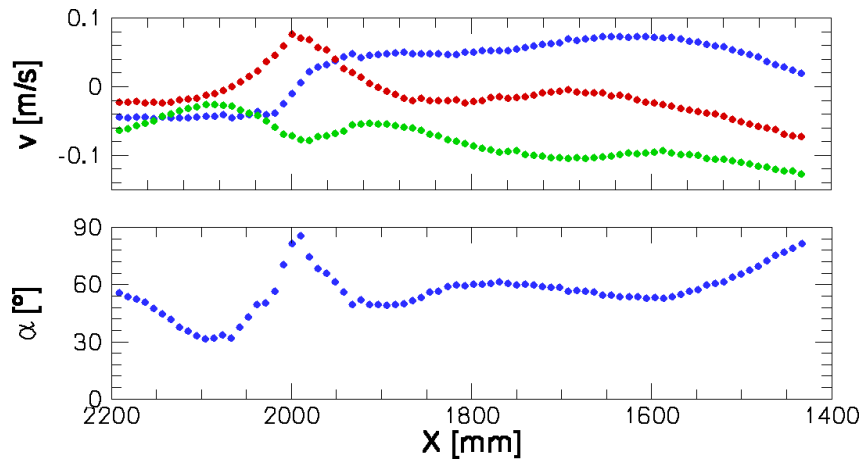


Abbildung 3.32: Oberes Diagramm: Geschwindigkeit in X - (●), Y - (●) und Z -Richtung (●) in gemischter Konvektion für $Ar = 3,6$ auf horizontaler Linie ($Y = 64$ mm, $Z = 275,8$ mm). Unteres Diagramm: Neigungswinkel α entlang der horizontalen Linie.

vorderen Längsseite ($Z = 500$ mm) wieder ab. Daraus folgt, dass sich die Konvektionsrolle entsprechend der in der Abbildung skizzierten „W“-Form in der Konvektionszelle anordnet.

Die exakten Neigungswinkel der Konvektionsrollen können nun aus den dreidimensionalen Geschwindigkeitsvektoren berechnet werden. Aus den Geschwindigkeitskomponenten in X - und Z -Richtung lässt sich der Neigungswinkel der Rollen in der X - Z -Ebene berechnen:

$$\alpha = \arctan \left| \frac{v_Z}{v_X} \right| \quad (3.5)$$

Der so berechnete Winkel α entspricht dann jeweils dem kleinsten Neigungswinkel der Konvektionsrollen in der X - Z -Ebene bezüglich der X -Achse (siehe untere Skizze in Abbildung 3.31). In unteren Diagramm in Abbildung 3.32 ist der Winkel α als Funktion von X für einen vertikalen Abstand von 64 mm von der Heizplatte in der Mitte des Messvolumens ($Z = 275,8$ mm) aufgetragen. Das obere Diagramm in der Abbildung zeigt zudem den Verlauf der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten entlang dieser Linie. In den Bereichen $1500 \text{ mm} < X < 1900 \text{ mm}$ und $X > 2150 \text{ mm}$ ist α mit etwa 60° annähernd konstant und definiert folglich den Neigungswinkel der beiden im Messvolumen erfassten Konvektionsrollen bezüglich der X -Achse in dieser X - Z -Ebene. Für $X > 1900$ mm wächst α auf bis zu 90° an und sinkt dann über eine Länge von $X = 200$ mm auf 30° ab. Dieses lokale Maximum charakterisiert dabei den Bereich der warmen aufsteigenden Luft, da in diesem Gebiet die Geschwindigkeitskomponente in X -Richtung Werte aufweist, die sich an Null annähern

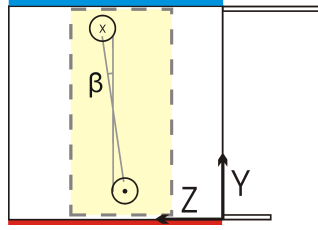


Abbildung 3.33: Skizze zum Neigungswinkel β in Y - Z -Ebene der Konvektionszelle. Das Messvolumen ist gelb markiert.

(siehe oberes Diagramm in Abbildung 3.32) und α folglich hohe Werte aufweist.

Aus den Geschwindigkeitskomponenten in Y - und Z -Richtung kann der Neigungswinkel der Konvektionsrollen in der Y - Z -Ebene abgeleitet werden:

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \arctan \left| \frac{v_Z}{v_Y} \right| \quad (3.6)$$

Der mit dieser Gleichung berechnete Winkel β entspricht dann dem jeweils kleinsten Neigungswinkel der Konvektionsrolle in der Y - Z -Ebene (siehe β in Abbildung 3.33). Um den Neigungswinkel β der Konvektionsrollen abzuschätzen wurden die Geschwindigkeiten entlang einer Linie in der Mitte einer Konvektionsrolle ($X = 1701,8 \text{ mm}$ und $Z = 282,2 \text{ mm}$) extrahiert. Diese sind auf der linken Seite von Abbildung 3.34 und der daraus berechnete Winkel β auf der rechten Seite der Abbildung dargestellt. Für große Bereiche ($Y < 150 \text{ mm}$ und $Y > 340 \text{ mm}$) ist β mit ca. $3 - 5^\circ$ annähernd konstant und kann somit als Neigungswinkel der Konvektionsrolle in dieser Y - Z Ebene bezüglich der Y -Achse angesehen werden. Der starke Anstieg und anschließende Abfall von β im Bereich $150 \text{ mm} < Y < 340 \text{ mm}$ wird hingegen durch die gegen Null laufenden Geschwindigkeitskomponenten in diesem Bereich (siehe linke Seite in Abbildung 3.34) hervorgerufen, die zu hohen Werten von β führen. Das Maximum von β tritt etwa bei $Y = 160 \text{ mm}$ auf, was dem Zentrum der Konvektionsrolle entspricht.

Des weiteren ist in Abbildung 3.34 der Winkel α als Funktion der Höhe für die betrachtete Linie aufgetragen. Interessanterweise beträgt der Neigungswinkel α nur im unteren Bereich ca. 60° , wie es für die horizontale Linie in der Nähe der Heizplatte ermittelt wurde (siehe Abbildung 3.32). Im oberen Bereich ist der Neigungswinkel α hingegen kleiner und beträgt nur ca. 45° , woraus folgt, dass die Konvektionsrollen im Mittel weit komplexer verformt sind als oben vermutet wurde.

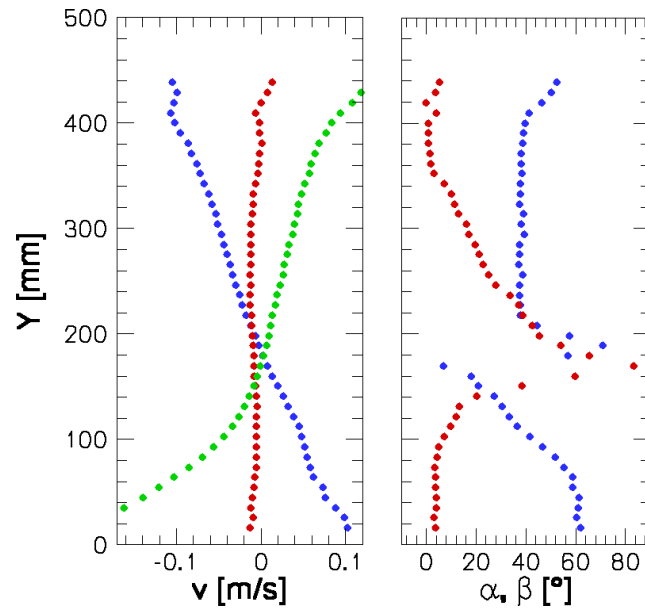


Abbildung 3.34: Linkes Diagramm: Geschwindigkeit in X - (●), Y - (●) und Z -Richtung (●) in gemischter Konvektion für $Ar = 3,6$ auf vertikaler Linie ($X = 1701,8 \text{ mm}$, $Z = 282,2 \text{ mm}$). Rechtes Diagramm: Neigungswinkel α (●) und β (●) entlang der vertikalen Linie.

3.3.3 Messfehler und Auflösungsvermögen

Der Messfehler der hier durchgeführten tomografischen PIV-Messungen kann mit Hilfe des in Abschnitt 3.2 durchgeführten Vergleichs zwischen planarer und tomografischer PIV abgeschätzt werden. In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass die mittlere dimensionslose Abweichung zwischen den mit beiden Messtechniken gemessene Geschwindigkeiten kleiner als $|\Delta v^*| = 0,2$ ist.⁷ Durch eine Entdimensionalisierung des Werts mit Gleichung 3.3 kann unter Berücksichtigung der jeweiligen Systemparameter die Abweichung eines beliebigen tomografischen PIV-Messergebnisses zu jenen der planaren PIV aus Abschnitt 3.1.4 ermittelt werden. Die Systemparameter sind die Seitenlänge $h = 0,8 \text{ mm}$ eines Voxels und die Zeit Δt zwischen den PIV-Doppelaufnahmen, die je nach Strömungsfall zwischen 60 und 75 ms beträgt. So konnte eine Abweichung der mittleren Geschwindigkeit von den planaren PIV-Daten von 0,0027 bis 0,0033 m/s berechnet werden.

Um einen von der planaren PIV-Messung unabhängigen Messfehler abschätzen zu können, muss zu der Abweichung von tomografischer zu planarer PIV

⁷Diese Angabe ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Verschiebung der Partikel mit einer Genauigkeit von 0,2 Voxel gemessen werden kann.

der Messfehler der planaren PIV-Messung addiert werden, wodurch man eine obere Schranke für den Messfehler erhält. Im Allgemeinen wird angenommen, dass die Verschiebung realer Partikelbilder bei planarer PIV mit einer maximalen Genauigkeit von ca. 0,05 bis 0,1 Pixel gemessen werden kann. Die Umrechnung dieser Genauigkeit mit der Seitenlänge eines mit dem Abbildungsmaßstabs in den Raum projizierten Pixels, die ca. 0,23 mm beträgt, und der Zeit $\Delta t = 14 \text{ ms}$ zwischen den PIV-Aufnahmen ergibt dann einen Messfehler der planaren PIV-Messung von 0,0016 m/s. Daraus folgt, dass der Messfehler der tomografischen PIV-Messungen kleiner als 0,0049 m/s ist. Dies entspricht 3 % der für die hier diskutierten Strömungsfälle ermittelten maximalen Geschwindigkeitswerte. Durch Vergrößerung der Zeitabstände zwischen den PIV-Aufnahmen sowie durch Verwendung kleinerer Voxel, die mittels höher auflösender Kameras realisiert werden können, kann der Messfehler weiter verringert werden.

Bedingt durch die Größe der Abfragevolumen, die bei der Auswertung der Partikelverschiebung mit der Kreuzkorrelation verwendet wird, ist das räumliche Auflösungsvermögen des Messsystems begrenzt. Dabei können nur Strukturen aufgelöst werden, die größer als die Abfragevolumen sind. In den diskutierten Messungen beträgt die Größe eines Abfragevolumens $38 \text{ mm} \times 38 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}$. Die räumliche Auflösung des Messsystems kann demzufolge durch Verkleinerung der Abfragevolumen verbessert werden, was durch Erhöhung der Partikeldichte möglich ist.

Das räumliche Auflösungsvermögen der Detektion der Kernlinienposition (siehe Gleichung 3.4 in Abschnitt 3.3.1) ist, neben der Größe der Abfragevolumen, auch von der Überlappung der Abfragevolumen im Messvolumen abhängig. Diese beträgt bei den vorgestellten Messungen 75 %. Durch die Interpolation der berechneten $\vec{\Gamma}$ -Verteilung mittels Gauß-Kurven (siehe Abschnitt 3.3.1) wird zudem die räumliche Auflösung der Positionsbestimmung etwa um das zehnfache erhöht. Somit kann die Position der Kernlinie mit einer Auflösung von 0,95 mm in X - und Y -Richtung sowie mit 0,65 mm in Z -Richtung bestimmt werden. Durch Verkleinerung der Abfragevolumen sowie Erhöhung der Überlappung bei der Anordnung der Abfragevolumen kann dieses Auflösungsvermögen weiter erhöht werden.

Die zeitliche Auflösung des entwickelten Messsystems, d.h. wieviele Bilder pro Sekunde aufgenommen werden können, hängt wiederum von den verwendeten Messgeräten (Kameras und Lichtquelle) ab. In den vorgestellten Messungen betrug die zeitliche Auflösung 2/3 Hz, d.h. es wurden alle 1,5 Sekunden

von jeder Kamera Bilderpaare aufgenommen und ist hier durch die Wiederholrate der LED-Lichtquelle, die maximal 1 Hz beträgt, begrenzt. Der Einsatz von Kameras und einer Lichtquelle mit höheren Aufnahmefrequenzen erlaubt demzufolge zeitlich besser aufgelöste Strömungsmessungen.

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

Die experimentell ausgerichtete Arbeit umfasst die Entwicklung eines tomografischen PIV-Systems mit Messvolumen von der Größenordnung eines Kubikmeters und dessen Anwendung im Rahmen von Untersuchungen großskaliger Strömungsstrukturen in erzwungener und gemischter Konvektion. Als Impfpartikel werden dabei Helium-gefüllte Seifenblasen eingesetzt. Die Entwicklung umfasst insbesondere die Erstellung eines kompletten tomografischen PIV-Auswerteprogramms und die Messaufbauten. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Entwicklung der tomografischen PIV-Technik.

Gegenüber bestehenden tomografischen PIV-Systemen, welche im allgemeinen zur Erfassung der drei-dimensionalen Strömungsverteilung in Messvolumen der Größenordnung weniger Kubikzentimeter unter Verwendung von beispielsweise $1\text{ }\mu\text{m}$ großen Öltropfchen eingesetzt werden, weist das hier entwickelte System einige Besonderheiten auf. Durch das größere Verhältnis zwischen Partikeldurchmesser und Wellenlänge des Lichts lässt sich die Streuung des Lichts an den Partikeln nicht mehr nach der Theorie von Mie beschreiben. Vielmehr entstehen beim Beleuchten durch Reflexionen innerhalb der Seifenblase Glanzlichter auf ihrer Oberfläche, deren Position und Verteilung blickrichtungsabhängig sind. Diese Glanzlichter werden als ein mittleres beugungsbegrenztes Bild auf den Kameraaufnahmen abgebildet, wobei der Durchmesser der Seifenblasen von der Größenordnung der Seitenlänge eines Voxels ist. Im Gegensatz zu bestehenden tomografischen PIV-Systemen ändert sich in den vorgestellten Anwendungen darüber hinaus der Abbildungsmaßstab in Blickrichtung der Kameras. Hervorgerufen wird dies bei den großen Messvolumen durch das sehr viel kleinere Verhältnis zwischen Abstand der Kamera zum Messvolumen und dem daraus resultierenden größeren Öffnungswinkel der Kameras.

In der Arbeit konnte experimentell nachgewiesen werden, dass Seifenblasen trotz ihrer Besonderheiten, die durch ihre optischen Eigenschaften hervorge-

rufen werden, als Impfpartikel für die tomografische PIV verwendet werden können. Dies wurde aus der Analyse der Kalibrierfehler geschlussfolgert, die zeigt, dass auch bei den vorgestellten Anwendungen der Triangulationsfehler des Kamerasystems mit Hilfe der Volumenselbstkalibrierung auf Werte unter 0,1 Pixel verringert werden kann. Diese hohe Kalibrierengenauigkeit ist, wie auch bei bestehenden tomografischen PIV-Systemen, für eine hohe Qualität des rekonstruierten Geschwindigkeitsfelds nötig. Darüber hinaus wurde ein Modell entwickelt, mit dem die Funktionsweise der Selbstkalibrierung beim Auftreten der blickrichtungsabhängigen Glanzlichter erklärt werden kann.

Des weiteren wurde eine effiziente Implementierung des MART-Rekonstruktionsalgorithmus entwickelt und vorgestellt. Dabei müssen die Matrizen der Wichtungskoeffizienten, die je nach Messaufbau mehrere 10 Gigabyte groß sein können, nicht mehr im Arbeitsspeicher des Computers abgelegt werden. Vielmehr können die einzelnen Wichtungskoeffizienten bei Bedarf berechnet werden. Dies wurde insbesondere durch eine Verringerung der Rechenzeit erreicht. Dazu wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit zwei neue Ansätze entwickelt. Dabei werden einerseits Umkehrfunktionen für jeden Pixel eingeführt, die dann im zweiten Ansatz zusätzlich lokal durch Tangenten approximiert werden. Somit benötigt die vorgestellte MART erheblich weniger Arbeitsspeicher und hat einen geringeren Rechenzeitbedarf.

Neben der MART-Implementierung wurde zusätzlich eine effiziente Implementierung der SMART vorgestellt, die im Gegensatz zur MART auf einer simultanen Korrektur der Voxelintensität beruht und sehr gut für eine parallele Ausführung mit getrenntem Speicher geeignet ist. Der Ablauf der SMART wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit hinsichtlich der Reduzierung des Bedarfs an Arbeitsspeicher und der Rechenzeit optimiert.

Für eine schnelle Auswertung einzelner Messungen bzw. einer gesamten Messreihe mit speicherintensiven Datensätzen wurde der entwickelte tomografische PIV-Algorithmus zusätzlich parallelisiert. Hierfür wurden effiziente Parallelisierungsstrategien für den SMART-Rekonstruktionsalgorithmus und den Kreuzkorrelationsalgorithmus entwickelt. Des weiteren wurden Möglichkeiten vorgestellt, mit denen beide Rekonstruktionsalgorithmen und der Kreuzkorrelationsalgorithmus effizient auf einem Hochleistungscomputercluster (HLCC) ausgeführt werden können.

Die Parallelisierung und Auswertung auf dem HLCC ermöglichten den anschließenden Einsatz des entwickelten Messsystems im Rahmen der statisti-

schen Analyse großskaliger Strömungsstrukturen in erzwungener und gemischter Konvektion in einer Konvektionszelle. Es wurde erzwungene Konvektion für eine Reynolds-Zahl von $1,04 \times 10^4$ und gemischte Konvektion für eine Archimedes-Zahl von 2,1 und 3,6 bei gleicher Reynolds-Zahl vermessen. Die Größe des Messvolumens betrug bis zu $840 \text{ mm} \times 500 \text{ mm} \times 240 \text{ mm}$ mit Abfragevolumen der Größe $38 \text{ mm} \times 38 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}$.

Um die Impfpartikel in den Messvolumen zu beleuchten, wurde zudem eine Lichtquelle entwickelt, die aus handelsüblichen LEDs aufgebaut ist. Mit dieser kann ein großes Volumen in der Konvektionszelle scharf abgegrenzt ausgeleuchtet werden. Der universelle Aufbau der entwickelten LED-Lichtquelle erlaubt zudem die einfache Anpassung der Dicke und der Position des Messvolumens in Tiefenrichtung (Z-Richtung). Die Helium-gefüllten Seifenblasen werden in die Konvektionszelle über eine Box, die sich zwischen Beruhigungskammer und Lufteinlass befindet, zugeführt. Somit ist eine störungsfreie Zufuhr der Impfpartikel in den Strömungsbereich möglich.

Zur Untersuchung der Genauigkeit der tomografischen PIV-Messung in der Konvektionszelle wurden die Messungen in erzwungener Konvektion mit Messdaten verglichen, die in der gleichen Versuchseinrichtung zusätzlich mit zweidimensionaler PIV aufgenommen wurden. Der Vergleich zeigt, dass mit dem entwickelten Messsystem die Genauigkeit eines herkömmlichen tomografischen PIV-System erreicht werden kann. Daraus wurde geschlussfolgert, dass die Besonderheiten des Messsystems keine Auswirkung auf die Genauigkeit der durchgeführten tomografischen PIV-Messungen haben. Da die Daten sowohl mit der MART als auch mit der SMART ausgewertet wurden, konnte durch Vergleich dieser Daten zudem gezeigt werden, dass die Modifikation im Ablauf der SMART keinen Einfluss auf die Genauigkeit der Messergebnisse ausübt.

Die Analyse der Strömung in der Konvektionszelle und der Vergleich der Ergebnisse mit Daten aus der Literatur zeigt die Anwendbarkeit des entwickelten Messsystems für die Untersuchung großskaliger Strömungsstrukturen in erzwungener und gemischter Konvektion. In erzwungener Konvektion bildet sich eine annähernd zwei-dimensionale Rollenstruktur in der Konvektionszelle aus. Die Kernlinie dieser Rollenstruktur weist im Mittel eine leicht wellige Form auf. Zur weiteren Charakterisierung der Rollenstruktur wurden die Kernlinien aus den instantanen sowie den mittleren Strömungsfeldern extrahiert. Die Kernlinie oszilliert in den instantanen Zuständen in Höhen- und Tiefenrichtung der Konvektionszelle um die mittlere Position.

Im Vergleich zu planaren PIV-Messungen, bei denen die Geschwindigkeitsverteilung in dünnen Lichtschnittebenen ermittelt wird, kann mit den durchgeführten volumetrischen Messungen die räumliche Ausdehnung der großskaligen Strömungsstrukturen erfasst werden. Somit konnte zudem gezeigt werden, dass thermische Auftriebskräfte in gemischter Konvektion bei niedrigen Archimedes-Zahlen zur Verschiebung und Verformung der bei reiner erzwungener Konvektion vorliegenden Rollenstruktur führen. Dabei oszilliert die Kernlinie der Rollenstruktur in den instantanen Zuständen im Vergleich zur erzwungenen Konvektion viel stärker, was auf die Interaktion der zugeführten Luft mit der von der Heizplatte aufsteigenden warmen Luft zurückgeführt wird. Die Erhöhung der Archimedes-Zahlen führt aufgrund des größeren Einflusses der Auftriebskräfte sogar zum Aufbrechen der Rollenstruktur und zur Ausbildung von vier gegeneinander drehenden Konvektionsrollen in der Konvektionszelle. Diese sind in einer „W“-Form in der X - Z -Ebene angeordnet. Aus den Messdaten konnten zudem die mittleren Neigungswinkel dieser Konvektionsrollen im Messvolumen abgeschätzt werden.

Für die Anwendung des Messsystems außerhalb der Grundlagenforschung auf Problemstellungen der Raumluftrömung sollte das Messvolumen weiter vergrößert werden. Nur dann wird die detaillierte Untersuchung der dreidimensionalen instationären Strömungsstrukturen, die bei der Klimatisierung von Räumen oder Passagierkabinen auftreten, möglich. Darüber hinaus ist mit diesem Messsystem auch eine Anwendung in der Außenaerodynamik denkbar. Beispielsweise könnte die Dreidimensionalität der Nachlaufströmung von PKWs, LKWs oder Zügen in großen Windkanälen mit Modellen im Maßstab 1:5, 1:2 oder sogar in Originalgröße untersucht werden.

Literaturverzeichnis

- ADRIAN, R. J. 1991 Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Reviews of Fluid Mechanics* **23**, 261–304.
- ADRIAN, R. J. 1997 Dynamic ranges of velocity and spatial resolution of particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology* **8**, 1393–1398.
- ADRIAN, R. J. 2005 Twenty years of particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **39**, 159–169.
- ANDERSON, A. H. & KAK, A. C. 1984 Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): A superior implementation of the ART algorithm. *Ultrasonic Imaging* **6**, 81–94.
- ATKINSON, C., COUDERT, S., FOUCAUT, J.-M., STANISLAS, M. & SORIA, J. 2010 The accuracy of tomographic particle image velocimetry for measurements of a turbulent boundary layer. *Experiments in Fluids* DOI 10.1007/s00348-010-1004-z.
- ATKINSON, C. & SORIA, J. 2009 An efficient simultaneous reconstruction technique for tomographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **47**, 553–569.
- ATKINSON, C. H. & SORIA, J. 2007 Algebraic reconstruction techniques for tomographic particle image velocimetry. In *16th Australasian Fluid Mechanics Conference*. Gold Coast, Queensland, Australien.
- BIANCO, V., MANCA, O., NARDINI, S. & ROMA, M. 2009 Numerical investigation of transient thermal and fluiddynamic fields in an executive aircraft cabin. *Applied Thermal Engineering* **29**, 3418–3425.
- BIWOLE, P. H., YAN, W., ZHANG, Y. & ROUX, J. J. 2009 A complete 3D particle tracking algorithm and its applications to indoor airflow study. *Measurement Science and Technology* **20**, 115403.

- BOSBACH, J., KÜHN, M. & WAGNER, C. 2009 Large scale particle image velocimetry with helium filled soap bubbles. *Experiments in Fluids* **46**, 539–547.
- BRACEWELL, R. N. 1978 *The Fourier Transform and its Applications*, 2. Auflage. New York: McGraw-Hill.
- BRÜCKER, C. 1997 3D scanning PIV applied to an air flow in a motored engine using digital high-speed video. *Measurement Science and Technology* **8**, 1480–1492.
- BUCHMANN, N. A., ATKINSON, C., JEREMY, M. C. & SORIA, J. 2011 Tomographic particle image velocimetry investigation of the flow in a modeled human carotid artery bifurcation. *Experiments in Fluids* DOI 10.1007/s00348-011-1042-1.
- ELSINGA, G. E. 2008 Tomographic particle image velocimetry and its application to turbulent boundary layers. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, Niederlande.
- ELSINGA, G. E., SCARANO, F., WIENEKE, B. & VAN OUDHEUSDEN, B. W. 2005a Tomographic particle image velocimetry. In *6th International Symposium on Particle Image Velocimetry*. Pasadena, Kalifornien, USA.
- ELSINGA, G. E., SCARANO, F., WIENEKE, B. & VAN OUDHEUSDEN, B. W. 2006a Tomographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **41**, 933–947.
- ELSINGA, G. E., VAN OUDHEUSDEN, B. W. & SCARANO, F. 2006b Experimental assessment of Tomographic-PIV accuracy. In *13th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- ELSINGA, G. E., WESTERWEEL, J., SCARANO, F. & NOVARA, M. 2010 On the velocity of ghost particles and the bias errors in Tomographic-PIV. *Experiments in Fluids* DOI 10.1007/s00348-010-0930-0.
- ELSINGA, G. E., WIENEKE, B., SCARANO, F. & VAN OUDHEUSDEN, B. W. 2005b Assessment of Tomo-PIV for three-dimensional flows. In *6th International Symposium on Particle Image Velocimetry*. Pasadena, Kalifornien, USA.

- FRIGO, M. & JOHNSON, S. G. 2005 The design and implementation of FFTW3. *Proceedings of the IEEE* **93**, 216–231.
- GEISLER, R., SCHRÖDER, A., STAACK, K., KOMPENHANS, J., ELSINGA, G. E., SCARANO, F., POELMA, C., WESTERWEEL, J., WIENEKE, B. & MICHAELIS, D. 2009 *Imaging Measurement Methods for Flow Analysis, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 106, Kap. Tomographic PIV for investigation of unsteady flows with high spatial and temporal resolution, S. 73–82. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- GRAFTIEAUX, L., MICHARD, M. & GROSJEAN, N. 2001 Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows. *Measurement Science and Technology* **12**, 1422–1429.
- GROPP, W., LUSK, E. & SKJELLUM, A. 1999 *Using MPI – Portable Parallel Programming with the Message-Passing Interface*, 2. Auflage. The MIT Press.
- HAIN, R., KÄHLER, C. J. & MICHAELIS, D. 2008 Tomographic and time resolved PIV measurements on a finite cylinder mounted on a flat plate. *Experiments in Fluids* **45**, 715–724.
- HARTLEY, R. I. & STURM, P. 1997 Triangulation. *Computer Vision and Image Understanding* **89**, 146–157.
- HEIKKILÄ, J. 1997 Accurate camera calibration and feature based 3-d reconstruction from monocular image sequences. Dissertation, University of Oulu, Oulu, Finland.
- HERMAN, G. T. 2009 *Fundamentals of Computerized Tomography – Image Reconstruction from Projections*, 2. Auflage. Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer-Verlag.
- HERMAN, G. T. & LENT, A. 1976 Iterative reconstruction algorithms. *Computers in Biology and Medicine* **6**, 273–294.
- HILLER, W., LENT, H. M., MEIER, G. E. A. & STASICKI, B. 1987 A pulsed light generator for high-speed photography. *Experiments in Fluids* **5**, 141–144.
- HOFFMANN, S. & LIENHART, R. 2008 *OpenMP – Eine Einführung in die parallele Programmierung mit C/C++*, 1. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

- HUANG, H. T., FIEDLER, H. E. & WANG, J. J. 1993 Limitation and improvement of PIV. Part II: Particle image distortion, a novel technique. *Experiments in Fluids* **15**, 263–273.
- HUMBLE, R. A., ELSINGA, G. E., SCARANO, F. & VAN OUDHEUSDEN, B. W. 2009 Three-dimensional instationary structure of a shock wave/turbulent boundary layer interaction. *Journal of Fluid Mechanics* **622**, 33–62.
- KERHO, M. F. & BRAGG, M. B. 1993 Neutrally buoyant bubbles used as flow tracers in air. *Experiments in Fluids* **16**, 393–400.
- KERNINGHAN, B. W. & RITCHIE, D. M. 1990 *Programmieren in C*, 2. Auflage. München, Wien: Carl Hanser Verlag.
- KITZHOFFER, J. & BRÜCKER, C. 2010 Tomographic particle tracking velocimetry using telecentric imaging. *Experiments in Fluids* **49**, 1307–1324.
- KITZHOFFER, J., WESTFELD, P., PUST, O., NONN, T., MAAS, H.-G. & BRÜCKER, C. 2010 Estimation of 3D deformation and rotation rate tensor from volumetric particle data via 3D least squares matching. In *15th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- KÜHN, M., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2009 Experimental parametric study of forced and mixed convection in a passenger aircraft cabin mock-up. *Building and Environment* **44**, 961–970.
- KÜHN, M., EHRENFRIED, K., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2008 Feasibility study of tomographic particle image velocimetry for large scale convective air flow. In *14th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- KÜHN, M., EHRENFRIED, K., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2010a Characteristics of large volume tomographic particle image velocimetry using helium filled soap bubbles in forced and thermal convection. In *15th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- KÜHN, M., EHRENFRIED, K., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2010b Large-scale tomographic particle image velocimetry using helium-filled soap bubbles. *Experiments in Fluids* DOI 10.1007/s00348-010-0947-4.

- KÜHN, M., EHRENFRIED, K., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2010c Large-scale tomographic PIV in forced and mixed convection using a parallel SMART version. *Experiments in Fluids* Eingereicht zur Begutachtung.
- LOBUTOVA, E. 2010 Entwicklung und Anwendung eines Particle-Tracking-Velocimeters zur Untersuchung von groß-skaligen Strukturen in thermischer Konvektion. Dissertation, Technische Universität Ilmenau, Ilmenau, Deutschland.
- LOBUTOVA, E., RESAGK, C. & PUTZE, T. 2010 Investigation of large-scale circulations in room air flows using three-dimensional particle tracking velocimetry. *Building and Environment* **45**, 1653–1662.
- LOBUTOVA, E., RESAGK, C., RANK, R. & MÜLLER, D. 2009 *Imaging Measurement Methods for Flow Analysis, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 106, Kap. Extended three dimensional particle tracking velocimetry for large enclosures, S. 113–124. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- LOURENÇO, L. & KROTHAPALLI, A. 1996 On the accuracy of velocity and vorticity measurements with PIV. *Experiments in Fluids* **18**, 421–428.
- LÜTHI, B. 2002 Some aspects of strain, vorticity and material element dynamics as measured with 3D particle tracking velocimetry in a turbulent flow. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich, Schweiz.
- MAAS, H.-G. 1992 Digitale Photogrammetrie in der dreidimensionalen Strömungsmeßtechnik. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich, Schweiz.
- MAAS, H. G., GRUEN, A. & PAPANTONIOU, D. 1993 Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows, Part 1. Photogrammetric determination of particle coordinates. *Experiments in Fluids* **15**, 133–146.
- MAAS, H.-G., WESTFELD, P., PUTZE, T., BØKJÆR, N., KITZHOFFER, J. & BRÜCKER, C. 2009 Photogrammetric techniques in multi-camera tomographic PIV. In *8th International Symposium on Particle Image Velocimetry*. Melbourne, Victoria, Australien.
- MACHÁČEK, M. 2003 A quantitative visualization tool for large wind tunnel experiments. Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich, Schweiz.

- MALIK, N. A., DRACOS, TH. & PAPANTONIOU, D. A. 1993 Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows, Part II. Particle tracking. *Experiments in Fluids* **15**, 279–294.
- MICHAELIS, D., NOVARA, M., SCARANO, F. & WIENEKE, B. 2010 Comparison of volume reconstruction techniques at different particle densities. In *15th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- MICHAELIS, D. & WIENEKE, B. 2008 Comparison between tomographic PIV and stereo PIV. In *14th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- MISHRA, D., MURALIDHAR, K. & MUNSHI, P. 1999 A robust MART algorithm for tomographic applications. *Numerical Heat Transfer, Part B Fundamentals* **35**, 485–506.
- MUELLER, K. 1998 Fast and accurate three-dimensional reconstruction from cone-beam projection data using algebraic methods. Dissertation, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.
- MÜLLER, D., GORES, I. & ZIELINSKI, R. 2004 Impact of the thermal load on the room airflow pattern. In *9th International Conference on Air Distribution in Rooms*. Coimbra, Portugal.
- MÜLLER, D., MÜLLER, B. & RENZ, U. 2001 Three-dimensional particle-streak tracking (PST) velocity measurements of a heat exchanger inlet flow. *Experiments in Fluids* **30**, 645–656.
- MÜLLER, R. H. G., FLÖGEL, H., SCHERER, T., SCHAUMANN, O. & MARKWART, M. 2000 Investigation of large scale low speed air conditioning flow using PIV. In *9th International Symposium on Flow Visualization*. Edinburgh, Großbritannien.
- NOVARA, M., BATENBURG, K. J. & SCARANO, F. 2010 Motion tracking-enhanced MART for tomographic PIV. *Measurement Science and Technology* **21**, 035401.
- OKUNO, Y., FUKUDA, T., MIWATA, Y. & KOBAYASHI, T. 2001 Development of three-dimensional air flow measuring method using soap bubbles. *JSAE Review* **14**, 50–55.

- ORTIZ-DUEÑAS, C., KIM, J. & LONGMIRE, E. K. 2010 Investigation of liquid-liquid drop coalescence using tomographic-PIV. *Experiments in Fluids* **49**, 111–129.
- PUTZE, T. 2008*a* Geometrische und stochastische Modelle zur Optimierung der Leistungsfähigkeit des Strömungsmessverfahrens 3D-PTV. Dissertation, Technische Universität Dresden, Dresden, Deutschland.
- PUTZE, T. 2008*b* Novel reconstruction approach for tomographic PIV. In *13th International Symposium on Flow Visualization*. Nizza, Frankreich.
- RAFFEL, M., WILLERT, C. E., WERELEY, S. T. & KOMPENHANS, J. 2007 *Particle Image Velocimetry – A Practical Guide*, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.
- ROSENSTIEL, M. & GRIGAT, R.-R. 2010 Segmentation and classification of streaks in a large-scale particle streak tracking system. *Flow Measurement and Instrumentation* **21**, 1–7.
- RÖSGEN, T. 2003 Optimal subpixel interpolation in particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **35**, 252–256.
- SANDBERG, M. 2007 Whole-field measuring methods in ventilated rooms. *HVAC&R Research* **13**, 951–970.
- SCARANO, F. 2002 Iterative image deformation methods in PIV. *Measurement Science and Technology* **13**, R1–R19.
- SCARANO, F. & POELMA, C. 2009 Three-dimensional vorticity patterns of cylinder wakes. *Experiments in Fluids* **47**, 69–83.
- SCHANZ, D., GESEMANN, S., SCHRÖDER, A., WIENEKE, B. & MICHAELIS, D. 2010 Tomographic reconstruction with non-uniform optical transfer functions (OTF). In *15th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- SCHMELING, D. 2008 Experimentelle Untersuchung von Strukturbildung und Wärmetransport in turbulenter Mischkonvektion. Diplomarbeit, Georg-August-Universität Göttingen, Göttingen, Deutschland.
- SCHMELING, D., WESTHOFF, A., KÜHN, M., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2010*a* Large scale flow structures and heat transport of turbulent forced

- and mixed convection in a closed rectangular cavity. *International Journal of Heat and Fluid Flow* Eingereicht zur Begutachtung.
- SCHMELING, D., WESTHOFF, A., KÜHN, M., BOSBACH, J. & WAGNER, C. 2010b *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VII, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Vol. 112, Kap. Flow structure formation of turbulent mixed convection in a closed rectangular cavity, S. 571–578. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- SCHRÖDER, A., GEISLER, R., ELSINGA, G. E., SCARANO, F. & DIERKSHEIDE, U. 2008 Investigation of a turbulent spot and a tripped turbulent boundary layer flow using time-resolved tomographic PIV. *Experiments in Fluids* **44**, 305–316.
- SCHRÖDER, A., GEISLER, R., STAACK, K., ELSINGA, G. E., SCARANO, F., WIENECKE, B., HENNING, A., POELMA, C. & WESTERWEEL, J. 2010 Eulerian and Lagrangian views of a turbulent boundary layer flow using time-resolved tomographic PIV. *Experiments in Fluids* DOI 10.1007/s00348-010-1014-x.
- SHORTIS, M. R., CLARKE, T. A. & SHORT, T. 1994 A comparison of some techniques for the subpixel location of discrete target images. In *SPIE 2350, Videometrics III*, S. 239–250. Boston, Massachusetts, USA.
- SINHA, S. K. & KUHLMAN, P. S. 1992 Investigating the use of stereoscopic particle streak velocimetry for estimating the three-dimensional vorticity field. *Experiments in Fluids* **12**, 377–384.
- SOLOFF, S. M., ADRIAN, R. J. & LIU, Z. C. 1997 Distortion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology* **8**, 1441–1454.
- SORIA, J. 1996 An investigation of the near wake of a circular cylinder using a video-based digital cross-correlation particle image velocimetry technique. *Experimental Thermal and Fluid Science* **12**, 221–233.
- SORIA, J. & ATKINSON, C. 2008 Towards 3C-3D digital holographic fluid velocity vector field measurement—tomographic digital holographic PIV (Tomographic PIV). *Measurement Science and Technology* **19**, 074002.

- SUN, Y. & ZHANG, Y. 2003 Development of a stereoscopic particle image velocimetry system for full-scale room airflow studies, Part II: Experimental setup. *ASHRAE Transactions* **109**, 540–548.
- SUN, Y. & ZHANG, Y. 2007 An overview of room air motion measurement: Technology and application. *HVAC&R Research* **13**, 929–950.
- SUN, Y., ZHANG, Y., WANG, A., TOPMILLER, J. L. & BENNETT, J. S. 2005 Experimental characterization of airflows in aircraft cabins, Part I: Experimental system and measurement procedure. *ASHRAE Transactions* **111**, 45–52.
- SUN, Y., ZHANG, Y., ZHAO, L. & WANG, X. 2004 An algorithm of stereoscopic particle image velocimetry for full-scale room airflow studies. *ASHRAE Transactions* **110**, 75–80.
- THÉVENAZ, P., BLU, T. & UNSER, M. 2000 Interpolation revisited. *IEEE Transaction on Medical Imaging* **19**, 739–758.
- TROPEA, C. 2011 Optical particle characterization in flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* **43**, 399–426.
- TSAI, R. Y. 1986 An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Miami Beach, Florida, USA.
- VIOLATO, D., MOORE, P. & SCARANO, F. 2010 Lagrangian and Eulerian pressure field evaluation of rod-airfoil flow from time-resolved tomographic PIV. *Experiments in Fluids* DOI 10.1007/s00348-010-1011-0.
- WERELEY, S. T. & MEINHART, C. D. 2001 Second-order accurate particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **31**, 258–268.
- WESTERWEEL, J. 1993 Digital particle image velocimetry: theory and application. Dissertation, Delft University of Technology, Delft, Niederlande.
- WESTERWEEL, J. & SCARANO, F. 2005 Universal outlier detection for PIV data. *Experiments in Fluids* **39**, 1069–1100.
- WESTFELD, P., MAAS, H.-G., PUST, O., KITZHOFFER, J. & BRÜCKER, C. 2010 3-D least squares matching for volumetric velocimetry data processing. In *15th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.

- WESTHOFF, A., BOSBACH, J., SCHMELING, D. & WAGNER, C. 2010 Experimental study of low-frequency oscillations and large-scale circulations in turbulent mixed convection. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **31**, 794–804.
- WIENEKE, B. 2008 Volume self-calibration for 3D particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **45**, 549–556.
- WIENEKE, B. & TAYLOR, S. 2006 Fat-sheet PIV with computation of full 3D-strain tensor using tomographic reconstruction. In *13th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics*. Lissabon, Portugal.
- WILLERT, C., STASICKI, B., KLINNER, J. & MOESSNER, S. 2010 Pulsed operation of high-power light emitting diodes for imaging flow velocimetry. *Measurement Science and Technology* **21**, 075402.
- WILLERT, C. E. & GHARIB, M. 1991 Digital particle image velocimetry. *Experiments in Fluids* **10**, 181–193.
- WOLF, J. 2007 *Qt 4 - GUI-Entwicklung mit C++*, 1. Auflage. Bonn: Galileo Press.
- WORTH, N. A. & NICKELS, T. B. 2008 Acceleration of Tomo-PIV by estimating the initial volume intensity distribution. *Experiments in Fluids* **45**, 847–856.
- WORTH, N. A., NICKELS, T. B. & SWAMINATHAN, N. 2010 A tomographic PIV resolution study based on homogeneous isotropic turbulence DNS data. *Experiments in Fluids* **49**, 637–656.
- ZHANG, Y., SUN, Y., WANG, A., TOPMILLER, J. L. & BENNETT, S. J. 2005 Experimental characterization of airflow in aircraft cabins, Part II: Results and research recommendations. *ASHRAE Transactions* **111**, 53–59.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Funktionsprinzip der tomografischen PIV.	12
2.2	Prinzip der Volumenselbstkalibrierung.	14
2.3	Prinzip der Entstehung von Geisterpartikeln.	17
2.4	Algorithmus zur Ermittlung der Punktkorrespondenzen.	23
2.5	Schematische Darstellung des Testaufbaus.	26
2.6	Foto der Kalibrierplatte.	27
2.7	Rückprojektionsfehler.	30
2.8	Experimentell ermittelter <i>disparity</i> -Fehler.	32
2.9	Mittelwert <i>disparity</i> -Fehler.	33
2.10	Glanzlichter auf Seifenblasenoberfläche (Kamera 1-4).	35
2.11	Mittlere Positionen der Glanzlichter (Kamera 1-4).	36
2.12	Triangulationsfehler durch Glanzlichter.	37
2.13	Ablaufplan der MART.	39
2.14	Sichtlinien getriebener <i>splatting</i> -Algorithmus.	40
2.15	Berechnung des Projektionsintegrals A_i (MART).	41
2.16	Berechnung des geringsten Abstands d_{\min} (MART).	43
2.17	Approximation der Kalibrierfunktion als Sichtlinie.	44
2.18	Abweichung bei Approximation als Sichtlinie.	47
2.19	Approximation der Sichtlinien durch Tangenten.	50
2.20	Abweichungen bei Approximation durch Tangenten.	51
2.21	Bereich um Sichtlinie.	53
2.22	Ablaufplan der SMART.	59
2.23	Voxel getriebener <i>splatting</i> -Algorithmus.	61
2.24	Berechnung von d_{\min} (SMART).	62
2.25	Berechnung eines Anteils am Projektionsintegral (SMART).	63
2.26	Rekonstruktion der Intensitätsverteilung der Seifenblasen.	65
2.27	Rekonstruktion der Intensität an den Partikelrändern.	67
2.28	Einfluss der Änderung des Abbildungsmaßstabs.	69
2.29	Ungefilterte und gefilterte Partikelaufnahme.	73
2.30	Rekonstruierte Marker der Kalibrierplatte.	74

2.31 Beschleunigung und Effizienz der Parallelisierung.	83
2.32 Beschleunigung der Parallelisierung (Korrelation).	85
3.1 Foto der Konvektionszelle.	88
3.2 Schematische Darstellung der Konvektionszelle.	89
3.3 Aufbau des Kamerasystems 2.	91
3.4 LED-Lichtquelle.	92
3.5 Intensitätsprofile der LED-Lichtquelle.	94
3.6 Räumliche Intensitätsverteilung der LED-Lichtquelle.	95
3.7 Konvergenzverläufe der MART und SMART (14 Iterationen). .	101
3.8 Konvergenzverläufe der MART und SMART (200 Iterationen). .	101
3.9 Konvergenzverläufe der MART und SMART.	102
3.10 Rekonstruierte Intensitätsverteilungen.	103
3.11 Mittleres Strömungsfeld.	105
3.12 Mittlerer normierter Kreuzkorrelationskoeffizient.	106
3.13 Histogr. der Subvoxel-Verschiebungen und der Verschiebungen. .	108
3.14 Mittlere Geschwindigkeit in Y-Richtung.	111
3.15 Mittlere Geschwindigkeit in Z-Richtung.	112
3.16 Standardabweichung der Geschwindigkeit in Y-Richtung.	114
3.17 Standardabweichung der Geschwindigkeit in Z-Richtung.	116
3.18 Histogramm der Differenz zwischen MART und SMART.	118
3.19 Standardabweichung der Geschwindigkeitsdifferenz ($f(Z)$).	119
3.20 Standardabweichung der Geschwindigkeitsdifferenz ($f(Y)$).	119
3.21 Standardabweichung der Geschwindigkeitsdifferenz (Kontur). . .	120
3.22 Instantane Geschwindigkeitsfelder (erzw. Konv.).	122
3.23 Instantane Positionen der Kernlinie (erzw. Konv.).	124
3.24 Strömung bei erzwungener Konvektion.	125
3.25 Statistik der Kernlinie der Rollenstruktur (erzw. Konv.).	126
3.26 Strömungsfeld bei gemischter Konvektion ($Ar = 2,1$).	128
3.27 Detail des Strömungsfelds bei gem. Konv. ($Ar = 2,1$).	129
3.28 Profil der Standardabweichung der Geschw. ($Ar = 2,1$).	130
3.29 Kernlinie der Rollenstruktur ($Ar = 2,1$).	131
3.30 Strömungsfeld bei gemischter Konvektion ($Ar = 3,6$).	132
3.31 Konvektionsrollen ($Ar = 3,6$).	133
3.32 Profile der Geschw. und des Neigungswinkels ($Ar = 3,6$).	134
3.33 Skizze zum Neigungswinkel.	135
3.34 Profil der Geschw. und der Neigungswinkel ($Ar = 3,6$).	136

Tabellenverzeichnis

1.1	Strömungsmessungen in großen Gebieten.	3
1.2	Experimente mit der tomografischen PIV.	6
2.1	Z-Positionen der Punktkorrespondenzen.	28
2.2	Übersicht zur Verringerung der Rechenzeit der MART.	42
2.3	Abweichung bei Approximation als Sichtlinie.	48
2.4	Abweichungen bei Approximation durch Tangenten.	52
2.5	Übersicht zum Rechenzeitbedarf der MART.	55
3.1	Durchgeführte Messreihen (Kennzahlen).	96
3.2	Durchgeführte Messreihen (messtechnische Parameter).	96
3.3	Statistik der Position der Kernlinie.	127

Anhang A

Abel-Transformation

Das Linienintegral durch einen kugelsymmetrischen Interpolationsfilter $f(r)$ entspricht der Abel-Transformation der Funktion (Bracewell, 1978). Allgemein ist die Abel-Transformation von $f(r)$ definiert als

$$f_A(d) = \int_{\infty}^d \frac{f(r)rdr}{\sqrt{r^2 - d^2}} \quad (\text{A.1})$$

wobei r der Radius und d der kürzeste Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Filterfunktion $f(r)$ und dem Integrationsweg ist (d_{\min} in Abbildung 2.14 bzw. d_{\min}^* in Abbildung 2.23).

In der vorliegenden Arbeit wird ein bilinearer Interpolationsfilter

$$f(r) = \begin{cases} 1 - r/r_{\max} & : r \leq r_{\max} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

verwendet. Dabei ist r_{\max} der Radius der Filterfunktion, welcher hier der Seitenlänge eines Voxels entspricht. Die Abel-Transformation der verwendeten bilinearen Filterfunktion lautet letztendlich

$$f_A(d) = \sqrt{r_{\max}^2 - d^2} - \frac{d^2}{r_{\max}} \cdot \ln \left| r_{\max} + \sqrt{r_{\max}^2 - d^2} \right| + \frac{d^2}{r_{\max}} \cdot \ln |d| \quad (\text{A.3})$$

wobei die obere Integrationsgrenze r_{\max} gesetzt wurde. Um ein Linienintegral bzw. Wichtungskoeffizient $w_{i,j}$ (siehe Gleichungen 2.10, 2.11, 2.16 und 2.17 in Abschnitt 2.3) zwischen 0 und 1 zu erhalten, wird der Wert mit $f_A(d = 0)$ normiert. Die Verwendung der Abel-Transformation zur Berechnung der Linienintegrale setzt voraus, dass die Integration entlang einer Geraden erfolgt.

Anhang B

Programmablaufpläne

Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte tomografische PIV-Algorithmus setzt sich aus zwei Hauptteilen zusammen. Im ersten Teil wird das Kamerasystem kalibriert und im zweiten werden die drei-dimensionalen Intensitätsverteilungen rekonstruiert sowie die Partikelverschiebungen berechnet. Das entwickelte Programmpaket wurde in C (Kerningham & Ritchie, 1990) geschrieben und umfasst insgesamt ca. 35000 Zeilen Quellcode (die vorliegende Arbeit umfasst hingegen weniger als 7000 Textzeilen!).

B.1 Kalibrierung und Selbstkalibrierung

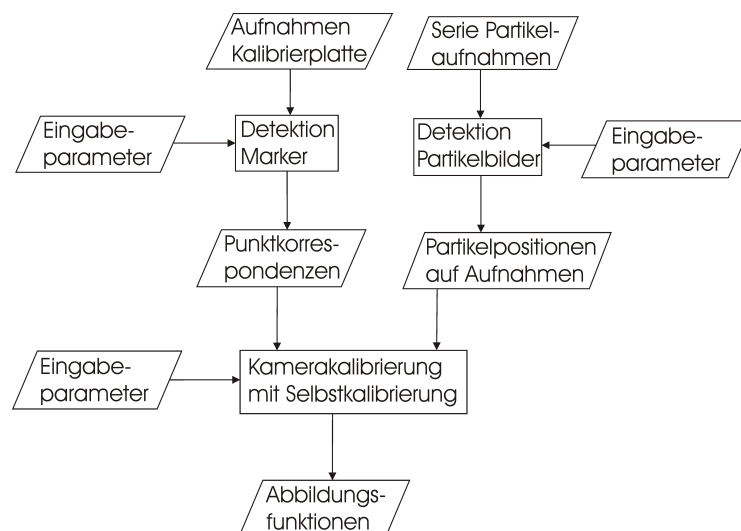


Abbildung B.1: Programmablaufplan des ersten Teils des tomografischen PIV-Algorithmus.

Der Ablauf der Kalibrierung des Kamerasystems, der insgesamt aus drei wesentlichen Routinen aufgebaut ist, ist in Abbildung B.1 dargestellt. Mit ei-

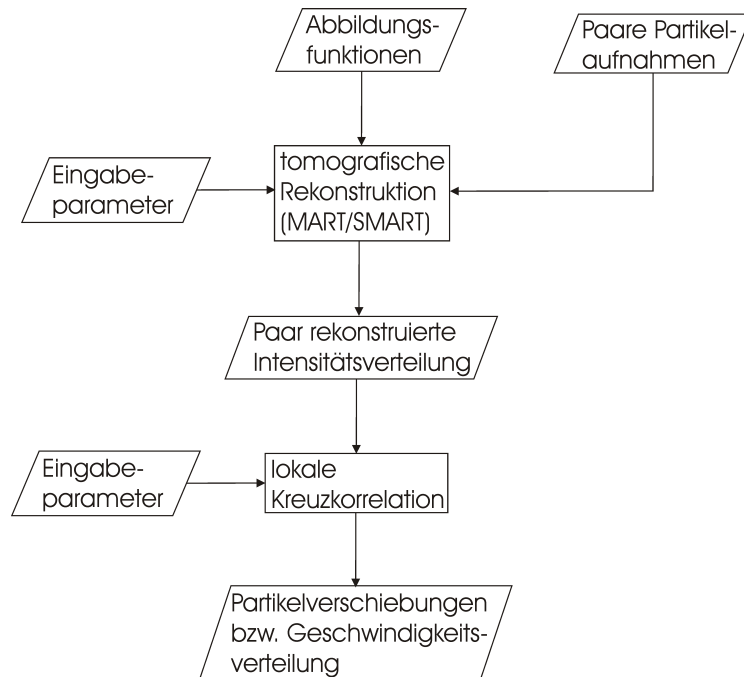


Abbildung B.2: Programmablaufplan des zweiten Teils des tomografischen PIV-Algorithmus.

nem interaktiven Programm werden dabei die Punktkorrespondenzen aus den Aufnahmen der Kalibrierplatte extrahiert (siehe Abschnitt 2.2.2).¹ Des weiteren werden für eine Serie von Aufnahmen aller Kameras mit einem weiteren Programm die Positionen der Partikelbilder im Bildbereich ermittelt. Die so gewonnenen Punktkorrespondenzen und Partikelbildpositionen werden anschließend für die Kalibrierung des Kamerasystems verwendet, dessen Ergebnis Abbildungsfunktionen für die einzelnen Kameras sind (siehe Abschnitt 2.2.1). Zusätzlich zur eigentlichen Kamerakalibrierung kann die Volumenselbstkalibrierung durchgeführt werden (siehe Abschnitt 2.1).

B.2 Rekonstruktion und Partikelverschiebung

In Abbildung B.2 ist der Programmablaufplan des entwickelten tomografischen PIV-Algorithmus zur Rekonstruktion der Intensitätsverteilung und Berechnung der Partikelverschiebung dargestellt. Aus den Paaren von Partikelbildaufnahmen aller Kameras werden dabei mittels der MART oder der SMART (siehe Abschnitt 2.3.1 und 2.3.2) die drei-dimensionalen Intensitätsverteilung

¹Zum Erzeugen von Masken, die Bereiche auf den Aufnahmen außerhalb der Kalibrierplatte maskieren, wird das Programm PIVmask 1.20 der Firma PivTec GmbH verwendet.

gen berechnet, wofür die im letzten Schritt gewonnen Abbildungsfunktionen benötigt werden. Anschließend werden die drei-dimensionalen Partikelverschiebungen bzw. die Strömungsgeschwindigkeit im Messvolumen aus den beiden rekonstruierten Intensitätsverteilungen mit Hilfe des Kreuzkorrelationsalgorithmus (siehe Abschnitt 2.4) ermittelt. Die Berechnungen im zweiten Teil können, wie im Abschnitt 2.5 beschrieben, für eine gewisse Anzahl an instantanen Messungen parallel auf einem Hochleistungscomputercluster ausgeführt werden.

